医学部専門予備校　クエスト　解答速報

日本大学（医）N方式第１期　二次試験

数学　試験日２月 11 日（金）

[1] (1)

(1-1) $f(x)=(2x+5)^7 \to f'(x)=14(2x+5)^6$

(1-2) $f(x)=\sin(3x+7) \to f'(x)=3\cos(3x+7)$

(1-3) $f(x)=e^{4x+3} \to f'(x)=4e^{4x+3}$

(1-4) $f(x)=\log(5x+9)^2=2\log(5x+9)$

$\to f'(x)=\dfrac{10}{5x+9}$

(2) $x^2+x+1=0$ の解は $x=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}=\omega$ とおくと、$\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}=\omega^2$, $\omega^3=1$ である。

$f(n)=\omega^n+\omega^{2n}\ (n=1,2,3,\cdots)$ とおくと、

$f(n+2)+f(n+1)+f(n)$

$=(\omega^{n+2}+\omega^{2n+4})+(\omega^{n+1}+\omega^{2n+2})+(\omega^n+\omega^{2n})$

$=\omega^n(\omega^2+\omega+1)+\omega^{2n}(\omega^4+\omega^2+1)$

$=\omega^n(\omega^2+\omega+1)+\omega^{2n}(\omega^2+\omega+1)$

$=0$

※ $\omega^2+\omega+1=0$ であることを用いた。

[2]　$f(x)=\sqrt{2x+3}\ \left(x \geqq -\frac{3}{2}\right)$ とする。

(1) $f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とすると、

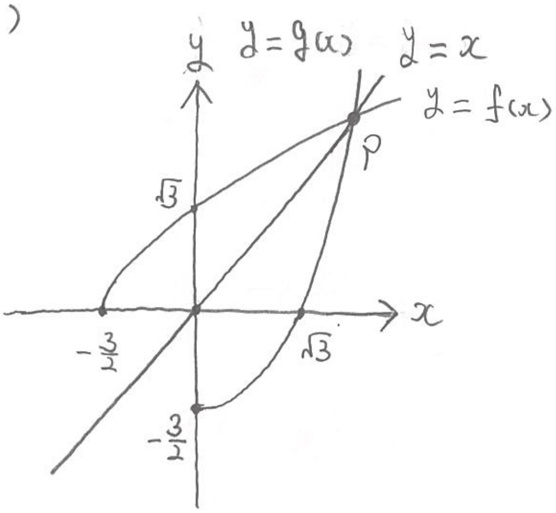
$$x=\sqrt{2g(x)+3}\quad (x \geqq 0)$$

両辺を2乗すると、

$$x^2=2g(x)+3\quad (x \geqq 0)$$

$$g(x)=\underline{\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}\quad (x \geqq 0)}$$

(2)



$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの交点は、$y=g(x)$ のグラフと $y=x$ のグラフの交点と一致する。（点Pとする）

$y=g(x)$ と $y=x$ を連立すると、

$x^2-2x-3=0\ (x \geqq 0)$ より、

$x=3$

したがって、$\underline{P(3,3)}$

(3) 求めるべき面積を S とすると、

$$S=\int_0^3 \{f(x)-g(x)\}dx$$

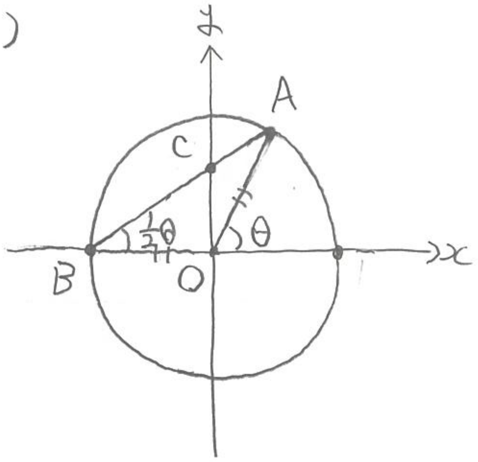
$$=\int_0^3 \sqrt{2x+3}\,dx-\frac{1}{2}\int_0^3 x^2\,dx+\frac{3}{2}\int_0^3 1\,dx$$

$$=\frac{1}{3}\left[(2x+3)^{\frac{3}{2}}\right]_0^3-\frac{1}{6}\left[x^3\right]_0^3+\frac{3}{2}\left[x\right]_0^3$$

$$=\frac{1}{3}(27-3\sqrt{3})-\frac{1}{6}\cdot 27+\frac{3}{2}\cdot 3$$

$$=\underline{9-\sqrt{3}}$$

[3] (1)



$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$S(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \tan\frac{1}{2}\theta \cdot \cos\theta$

$\tan\frac{1}{2}\theta = t\ (t > 0)$ とおくと、

$S(\theta) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2}$

$= \frac{1}{2} t \left(\frac{2}{1+t^2} - 1 \right)$

$2S(\theta) = f(t)$ とおく。

$$f'(t) = \frac{2}{1+t^2} - 1 + t \times \left\{ -\frac{4t}{(1+t^2)^2} \right\} = -\frac{t^4 + 4t^2 - 1}{(1+t^2)^2}$$

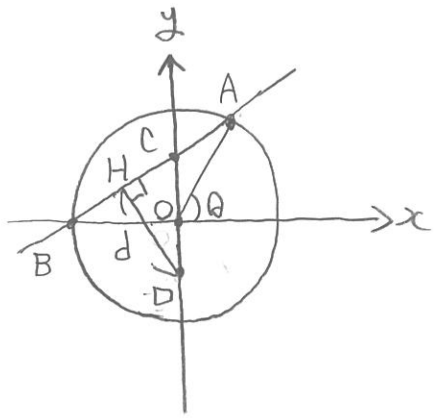
$$= -\frac{\{t^2 - (-2+\sqrt{5})\}\{t^2 - (-2-\sqrt{5})\}}{(1+t^2)^2}$$

t	0	$\cdots$	$\sqrt{\sqrt{5}-2}$	$\cdots$
$f'(t)$	＼	$+$	0	$-$
$f(t)$	＼	↗	最大	↘

以上より、$t = \sqrt{\sqrt{5}-2}$ のとき $f(t)$ が最大、つまり $S(\theta)$ が最大となる。このとき、

$\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(2)



$0 < \theta < \pi$

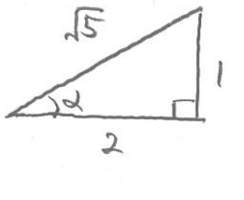
$D(0, -\frac{1}{2})$ から直線ABに引いた垂線の足をHとすると、

$\angle CDH = \frac{1}{2}\theta$ となるから、

$d = CD\cos\frac{1}{2}\theta = \left(\tan\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2}\right)\cos\frac{1}{2}\theta$

$= \sin\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2}\cos\frac{1}{2}\theta$

$= \frac{\sqrt{5}}{2}\sin\left(\frac{1}{2}\theta + \alpha\right)$



$0 < \frac{1}{2}\theta < \frac{\pi}{2}$ より、$\alpha < \frac{1}{2}\theta + \alpha < \frac{\pi}{2} + \alpha$ だから、

$\frac{1}{2}\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \Longleftrightarrow \theta = \pi - 2\alpha$ のとき $d = \frac{\sqrt{5}}{2}$（最大値）

このとき、$\cos\theta = \cos(\pi - 2\alpha) = -\cos 2\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -\frac{3}{5}$