

2022年度 東京女子医科大学

【傾向など】

- 問題レベルは標準～やや難。ただし、標準レベルの問題の方が多い。
- やや解きにくかったと思われる問題は以下の通り
2020 II 2019 II 2018 I 2017 IIとIII 2016 なし 2015 I
2014 なし 2013 IとII(この年は総じて難しい) 2012 なし 2011 III
一部の問題は、一見見たことのある内容のように思えるが、工夫がなされているために見た目以上に解きにくい。
- 時間に対して問題量は多くない(少ないわけでもないが)、大問1つあたり20分程度費やせるので、時間が足りないことはあまりないだろう。
- 毎年、力学は必ず出ている。次に出ているのが電磁気。波動と熱力学はほぼ隔年出ている(2021年度は熱力学分野からの出題)。2022年度は原子分野からの出題もありうる。
- 毎年、描図や論述が出ている。描図は難しくない。
式の計算で答えを出して満足するのではなく、問われていなくても自分でもグラフを描いてみる勉強が有効。
- 【頻出項目】力学：ばね、衝突 電磁気：コンデンサーと抵抗を含む回路

【これから何をすべき？】

この1年間で解いた問題をもう一度見直そう(間違えた問題を中心に)。授業で扱った問題や問題集の問題、受けた模試の問題を完答できるでしょうか。完答できないのであれば、一度以上解いたにもかかわらず解き切れないのはなぜでしょうか。何が足りないのでしょうか。物理法則をすっかり忘れていたのか、それは覚えていたが適切な法則を適用できなかったのか、そうであればなぜなのか・どうすれば次回は適切に適用できるか、問題文が何を言っているのかがそもそも分からないのか、計算ミスなのか、…などについて、短時間でいいから考えてみましょう。ただ漫然と問題をこなすよりずっと有益です。

女子医の問題は、(年度によって偏りはあるものの)3問中2問は標準レベルです。他大学と比べると時間的にもそれほどきつくありません。標準問題をきっちり解き切れるかどうかで大いに差がつくでしょう。平均して毎年1問出ている解きにくい問題が気になるかもしれませんが、その問題の対策にとらわれ過ぎないことが肝要です。それよりも、標準問題を解き切れる方がずっと重要です(できれば、グラフを描いたり条件を変えたりなどして、その標準問題をより深められたら申し分ないです)。そのためにも、今まで解いて間違えた問題をもう一度見直してください。3問中2問の標準問題を85%程度正答する。さらにやや難の問題を50%程度正答する。そうすれば全体では70%以上の正答率になります。これだけ取れば、物理に関して言えば合格圏内でしょう。合格に向けてあと少しがんばってください。できることはまだあります(弱点を見つけ、それを潰すことが最優先)。

※忘れがち・手薄になりがちな項目を挙げておきます

■力学

- 運動量と力積変化の関係(運動量の定理) ○ケプラーの法則の使い方(とくに第2法則)

■熱力学

- 微小変化の状態方程式 ○気体分子運動論 ○熱気球

■波動

- 波の式 ○ドップラー効果と波長 ○凹・凸面鏡

■電磁気

- ガウスの法則 ○ダイオードのしくみ ○ベータトロン ○コンデンサーやコイルのエネルギー導出 ○コンデンサーやコイルが複数個ある場合の電気振動

■原子

- ミリカンの油滴実験 ○ボーア模型 ○フランク・ヘルツの実験 ○原子核反応

みなさんの健闘を祈っています

1 図1に示すように、 z 軸を中心軸とする頂角 2θ の円錐状の容器がある。容器は地面に垂直に設置され、この容器の内側に大きさが無視できる質量 m の小球が、容器の底にある小さな穴を通して質量 M のおもりと糸で結ばれている。小球は穴から距離 L の位置を保ち、容器内側のなめらかな斜面上を速さ v_0 で等速円運動をしていて、おもりは静止している。糸と容器との間に摩擦はなく、糸は伸縮せず質量は無視できるとして、次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

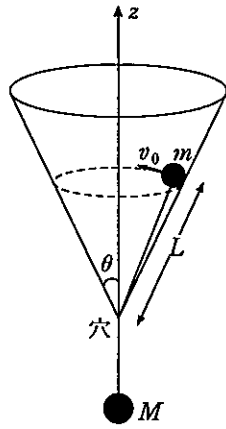


図1

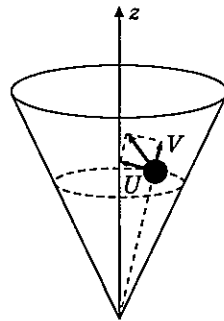


図2

- (1) 小球にはたらく向心力の大きさを、 v_0, m, L, θ のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 小球の速さ v_0 を、 m, M, L, θ, g のうち必要なものを用いて表せ。

小球が等速円運動している途中、図2のように、ある瞬間に小球から糸が外れた。このあとの運動でも、小球の速度を水平方向成分 U と、これに垂直な母線方向成分 V と分解するとき、穴から小球までの距離と U の積が、つねに一定となる性質がある。小球は z 軸のまわりを回転しながら斜面を上がり、最高到達点に達したあと、 z 軸のまわりを回転しながら斜面を下り、ふたたび穴から距離 L の位置に達した。この小球について次の問いに答えよ。

- (3) このときの小球の速さを v_0, m, M, L, θ, g のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) このときの U と V を v_0, m, M, L, θ, g のうち必要なものを用いて表せ。
- (5) このあと、十分長い時間が経過する間、小球がどのような運動をするか、次の①~④の中から選び記号で答えよ。また、その理由を説明せよ。

- ① 回転しながら下がり、穴に到達する
- ② 高さを保ちながら回転する
- ③ 回転しながら上がり続ける
- ④ 回転しながら上下運動をくり返す

2 図1のように、レールの上を水平に移動できる質量 M の台車に質量 m の小球が長さ L の軽い糸でつるされており、鉛直下向きに重力がはたらいている。重力加速度の大きさを g とする。糸は伸び縮みせず、また、台車とレールの摩擦は無視できるものとする。台車の重心は支点 S にあるものとする。初めに、台車と小球は静止しており、糸は図1のように大きさが無視できる固定されたくぎによりレールを含む鉛直面内で曲げられている。このとき糸は台車の支点 S からくぎまでは鉛直で、くぎから小球までは鉛直に対して角度 δ となっている。支点 S からくぎまでの距離を $\frac{1}{2}L$ とする。

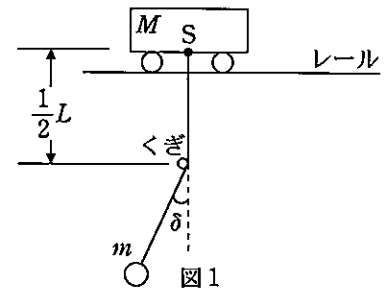


図1

ア~イは M, m, L, g, δ の中から、ウ~キコは M, m, L, g, v の中から、クケは M, m, L, g, v, θ の中から必要なものを用いて解答せよ。ただし、 v はアで求めた小球の速さを表すものとする。

- (1) 小球を静かにはなすと、小球は右側に動き始め、小球が最下点に達したのち、台車も動きだした。小球が最下点に達した直後の小球の速さはア、糸の張力の大きさはイである。
- (2) その後、図2のように小球は最下点からさらに右側に振れ、鉛直からの振れ角 θ が最大となった。このときの台車の速さはウ、振れ角の余弦 $\cos\theta$ はエである。
- (3) その後、小球の振れ角は減少し、再び小球が最下点に達した。このときの台車の速さはオ、小球の速さはカである。
- (4) その後、糸は再びくぎに触れることなく、台車と小球は運動を続けた。このときの台車と小球からなる物体系の重心の水平方向の速さはキで一定となる。
- (5) その後の運動は、小球の鉛直からの振れ角 θ が十分小さいとき、台車と小球からなる物体系の重心からみると、台車と小球が単振動するとみなせる。台車の質量と小球の質量が等しい場合、重心からみた支点 S の水平方向の位置はク、重心からみた小球の水平方向の位置はケである。ただし、それぞれの水平方向の位置は右向

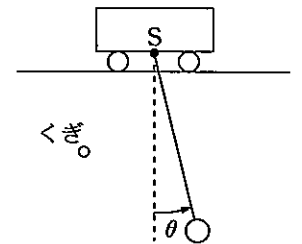
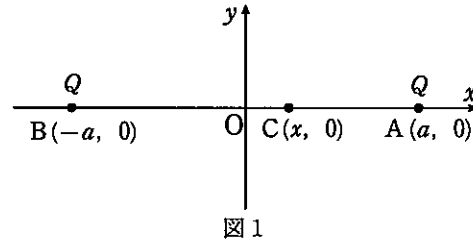


図2

きを正とする。また、 θ は反時計回りを正とし、 $\sin\theta \approx \theta$ と近似できるものとする。
この振動の周期は と表される。

- 3 点電荷から力を受けて運動する荷電粒子について考える。荷電粒子の電気量を q [C] ($q > 0$)、質量を m [kg] とする。点電荷と荷電粒子の間にはクーロンの法則に従う力(電気力)がはたらき、荷電粒子の大きさはないものとする。クーロンの法則の比例定数を k [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$]、円周率を π とする。次の文を読んで次の問いに答えよ。

まず、荷電粒子の水平方向の運動を考える。図1のように水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸とし、点 $A(a$ [m], $0)$ ($a > 0$) と点 $B(-a, 0)$ のそれぞれに電気量 Q [C] ($Q > 0$) の点電荷を固定する。ただし、荷電粒子は電気力の影響のみを受け、 x 軸上をなめらかに運動するものとする。



荷電粒子が点 $C(x$ [m], $0)$ ($|x| < a$) がある場合、点 A の点電荷から点 C の荷電粒子にはたらく力の x 成分 F_{Ax} [N] は、 $F_{Ax} =$ となり、点 B の点電荷から点 C の荷電粒子にはたらく力の x 成分 F_{Bx} [N] は、 $F_{Bx} =$ となる。 $|x|$ が a に比べて十分に小さい場合 ($|x| \ll a$)、 F_{Ax} と F_{Bx} は、次の近似式

$$(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha \quad (|\alpha| \ll 1) \quad \dots\dots (a)$$

を用いて

$$F_{Ax} \approx$$
 $+$ x , および $F_{Bx} \approx$ $+$ x

と近似することができる。したがって、点 C にある荷電粒子にはたらく力の x 成分 F_x [N] は、 $F_x \approx$ x となる。

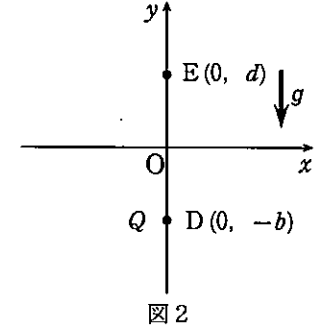
点 $(x, 0)$ ($|x| \ll a$) にある荷電粒子は、 F_x によって x 軸上を する。このような運動を引き起こす力 F_x を という。

- 上の文章の空欄 と に入る適切な式を、 a, k, q, Q, x を用いて表せ。
- 上の文章の空欄 ~ に入る適切な式を、 a, k, q, Q を用いて表せ。
- 上の文章の空欄 と に入る適切な語句を以下の選択肢の中から選んで、その記号を答えよ。

- ク の選択肢：① 等速直線運動 ② 等加速度直線運動 ③ 単振動
 ケ の選択肢：④ 慣性力 ⑤ 復元力 ⑥ 遠心力

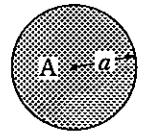
次に、荷電粒子の鉛直方向の運動について考える。

図2のように水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸とし、点 $D(0, -b$ [m]) ($b > 0$) に電気量 Q [C] ($Q > 0$) の点電荷を固定する。ただし、荷電粒子は電気力と重力の影響を受け、 y 軸上をなめらかに運動するものとする。重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。



- 荷電粒子が原点 O にあるとき、荷電粒子にはたらく力がつりあった。荷電粒子にはたらく力のつりあいの式を、 b, g, k, m, q, Q を用いて書け。
- 原点 O で静止していた荷電粒子を点 $E(0, d$ [m]) ($d > 0$) まで持ち上げ、そこから静かにはなした。荷電粒子が到達する最下点 $H(0, -h$ [m]) ($h > 0$) の h を、 b, d を用いて表せ。
- 原点 O で静止していた荷電粒子を点 $F(0, y_0$ [m]) ($0 < y_0 \ll b$) まで持ち上げ、そこから静かにはなした。荷電粒子が点 $(0, y$ [m]) ($|y| \ll b$) がある場合、荷電粒子にはたらく力の y 成分 F_y [N] は、近似式 (a) を用いて、 $F_y \approx$ y と近似することができる。空欄 に入る適切な式を、 b, g, m, y_0 の中から必要な記号を用いて表せ。
- 点 $F(0, y_0)$ から静かにはなした荷電粒子が最初に最下点 $H'(0, -h'$ [m]) ($h' > 0$) に到達するまでの時間 t [s] を、(6) の近似のもとで b, g, h', y_0 の中から必要な記号を用いて表せ。

- 4 図1に示すような半径 a [m] の導体球 A が真空中に孤立している。この導体球に電気量 Q [C] を与えた。ただし $Q > 0$ とする。次の問いに答えよ。



- 図1で、電荷は A の表面に一様に分布するので、 A の外側の空間で電場の強さと電位は球対称となる。よって、電気力線は A の表面に垂直に出ていく。このとき A の表面の単位面積当たりの電気量は [C/m^2] であるから単位面積当たり $k_0 \times$ [N/m^2] の電気力線が A の表面から出ていく。ただし、クーロンの法則の比例定数は k_0 [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$]、 A の表面

積は $4\pi a^2$ である。これは A の中心に Q [C] の点電荷がある場合と同じで、中心から距離 r ($r \geq a$) の位置の電場の強さは $k_0 \times$ [ウ] [N/C] である。また、この位置での電位は無遠方を 0 V として $k_0 \times$ [エ] [V] となる。

[ア], [イ] の解答群

- ① 0 ② $\frac{Q}{a}$ ③ $\frac{Q}{2\pi a}$ ④ $\frac{Q}{4\pi a}$ ⑤ $\frac{Q}{a^2}$
 ⑥ $\frac{Q}{2\pi a^2}$ ⑦ $\frac{Q}{4\pi a^2}$ ⑧ $\frac{Q}{a^3}$ ⑨ $\frac{Q}{2\pi a^3}$ ⑩ $\frac{Q}{4\pi a^3}$

[ウ], [エ] の解答群

- ① 0 ② $\frac{Q}{r}$ ③ $\frac{Q}{2\pi r}$ ④ $\frac{Q}{4\pi r}$ ⑤ $\frac{Q}{r^2}$
 ⑥ $\frac{Q}{2\pi r^2}$ ⑦ $\frac{Q}{4\pi r^2}$ ⑧ $\frac{Q}{r^3}$ ⑨ $\frac{Q}{2\pi r^3}$ ⑩ $\frac{Q}{4\pi r^3}$

(2) 図2に示すように内半径 b (m) ($b > a$), 外半径 c (m) ($c > b$) の電荷を与えていない中空導体球 B の中に、図1の電気量 Q [C] をもった A を中心を一致させて入れる。このとき静電誘導により B の内側表面に [オ] [C] の電荷が現れて一様に分布するため、A の表面から出た電気力線はすべて B の内側表面に到達する。このことから A と B の間 ($b \geq r \geq a$) で、電気力線のような (1) の場合と同じであることがわかる。

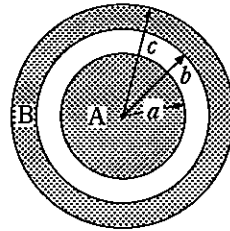


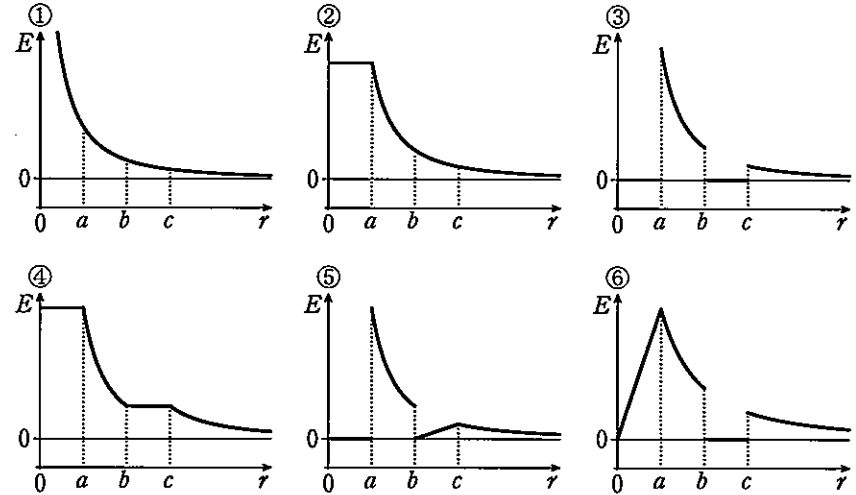
図2

B は初め電荷が与えられていなかったもので外側表面には [カ] [C] の電荷が一様に分布し、B の外側 ($r \geq c$) の空間でも電場の強さと電位は球対称となって、電気力線は B の外側表面から垂直に出ていく。以上の考察より、A の中心からの距離 r と電場の強さとの関係を最も適切に示しているグラフは [キ] である。また、無限遠方を電位 $V=0$ V としたときの距離 r と電位との関係を最も適切に示しているグラフは [ク] である。ここで、A と B の電位差を考える。先に述べたように図2で $b \geq r \geq a$ の空間での電場の変化は図1での変化と同じであることから、電位の変化(電位差)も (1) で考えた電位の式から求めることができる。これによると $r=b$ での電位に比べ、 $r=a$ の電位は [ケ] [V] 高いことがわかる。これは導体 A と B をそれぞれ電極と考えたときの電位差となる。よって、 $Q=CV$ の関係よりこれらをコンデンサーと考えたときの電気容量 C は [コ] [F] と求められる。

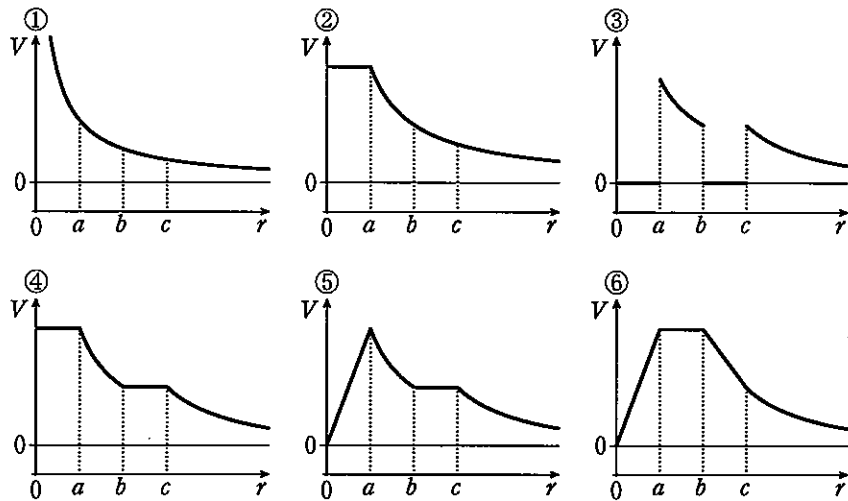
[オ], [カ] の解答群

- ① 0 ② $\frac{Q}{2\pi}$ ③ $\frac{Q}{4\pi}$ ④ $2\pi Q$ ⑤ $4\pi Q$ ⑥ Q
 ⑦ $-\frac{Q}{2\pi}$ ⑧ $-\frac{Q}{4\pi}$ ⑨ $-2\pi Q$ ⑩ $-4\pi Q$ ⑪ $-Q$

[キ] の解答群



[ク] の解答群



ケの解答群

① 0 ② $k_0Q\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ ③ $k_0Q\left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ ④ $k_0Q\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

⑤ $k_0Q\left(-\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$ ⑥ $k_0Q\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$ ⑦ $k_0Q\left(-\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$

⑧ $k_0Q\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$ ⑨ $k_0Q\left(-\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$

コの解答群

① 0 ② $\frac{1}{k_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)$ ③ $\frac{1}{k_0}\left(\frac{a-b}{ab}\right)$ ④ $\frac{1}{k_0}\left(\frac{ab}{b-a}\right)$

⑤ $\frac{1}{k_0}\left(\frac{ab}{a-b}\right)$ ⑥ $k_0\left(\frac{b-a}{ab}\right)$ ⑦ $k_0\left(\frac{a-b}{ab}\right)$ ⑧ $k_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)$

⑨ $k_0\left(\frac{ab}{a-b}\right)$

5 複数の極板を平行に並べてつくったコンデンサー型の装置の電場と静電エネルギーについて考える。極板の面積は十分大きく、2枚の極板間の電場は一様とみなせるものとして、次の問いに答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 とする。

図1のような2枚の極板からなる平行板コンデンサーについて考える。極板の面積を S 、極板間の距離を d とする。コンデンサーの上側の極板に電気量 $+Q$ 、下側の極板に電気量 $-Q$ ($Q > 0$) をそれぞれ与えた。

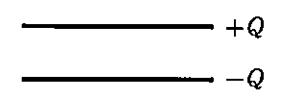


図1

(1) 極板間の電場の向きと強さ E を答えよ。また、極板間の電位差 V を求めよ。それぞれ、 Q 、 S 、 d 、 ϵ_0 を用いて表せ。

(2) コンデンサーの電気容量 C を d 、 S 、 ϵ_0 を用いて表せ。

(3) 図1の状態ではコンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U_0 を E 、 S 、 d 、 ϵ_0 を用いて表せ。次に、図2のように、面積 S の4枚の極板 P_1 、

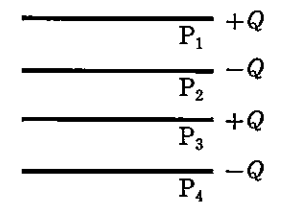


図2

P_2 、 P_3 、 P_4 を間隔 d で平行に並べ、それぞれの極板に電気量 $+Q$ 、 $-Q$ 、 $+Q$ 、 $-Q$ を与えた。

(4) 極板 P_1 と P_2 の間、 P_2 と P_3 の間、 P_3 と P_4 の間の各領域における電場の向きと強さを答えよ。 P_1 より上、 P_4 より下の領域では電場の強さは0であることを注意せよ。

(5) この装置全体に蓄えられた静電エネルギー U_1 を求めよ。(3) で定義した U_0 を用いて表せ。

次に、図3のように、極板 P_4 の下の距離 d だけ離れた位置に、帯電していない新たな極板 P_5 を他の極板と平行になるように置いた。その後、極板 P_1 の電荷の一部を極板 P_5 に移し、極板 P_5 の電気量を q 、極板 P_1 の電気量を $Q - q$ にした。ただし $0 < q < Q$ である。この操作で他の極板の電荷量は変化しなかった。

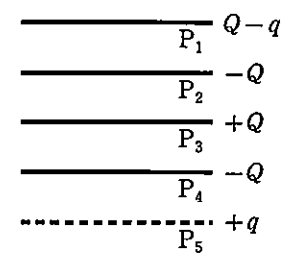


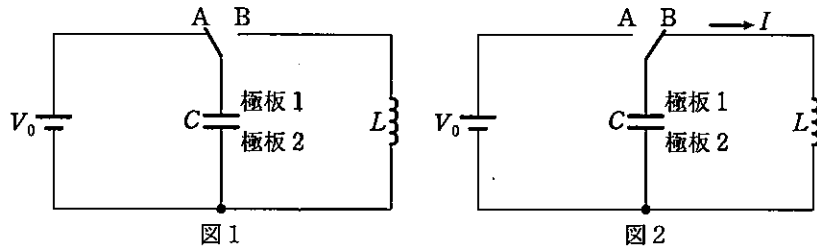
図3

(6) 極板 P_1 と P_2 の間、 P_2 と P_3 の間、 P_3 と P_4 の間、 P_4 と P_5 の間の各領域における電場の向きと強さを答えよ。

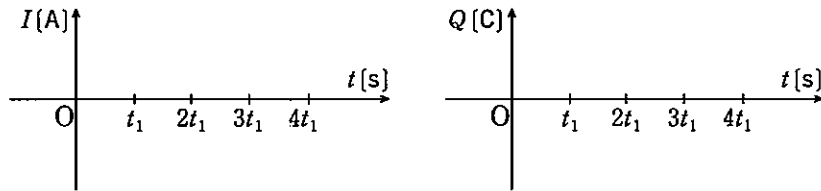
(7) この装置全体に蓄えられた静電エネルギー U_2 を求め、 U_0 、 Q 、 q を用いて表せ。また、 U_2 を最小にする q の値を答えよ。

6 図1の回路において、スイッチをAに接続し十分時間がたった後、時刻 $t = 0$ s で図2のようにスイッチをBに接続した。なお、直流電源の電圧は V_0 (V)、コンデンサーの容

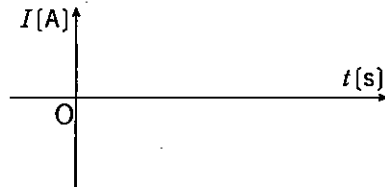
量は C [F]、コイルの自己インダクタンスは L [H] である。ただし、導線、スイッチ、コンデンサー、コイルの抵抗はないものとする。次の問いに答えよ。



- (1) 時刻 $t=0$ s でコンデンサーに蓄えられているエネルギーはいくらか。
- (2) スイッチを B に接続してコイルに電流 I [A] が矢印の向きに流れているとき、コンデンサーの電圧 V_C [V] はいくらになるか。ただし、 V_C [V] は極板 2 を基準とした極板 1 の電位とする。
- (3) $t=0$ s の後、初めてコンデンサーの電気量が 0 C となるとき、回路に流れる電流 I_0 [A] はいくらか。このときの時刻を $t=t_1$ [s] とする。
- (4) (3) の後、引き続きコイルによる誘導電流が流れ続けて、コンデンサーに電荷が蓄えられる。回路に流れる電流が $t>0$ s で初めて 0 A となるとき、コンデンサーの極板 1 に蓄えられた電気量 Q [C] はいくらか符号も含めて答えよ。
- (5) 回路を流れる電流 I [A] およびコンデンサーの極板 1 に蓄えられている電荷 Q [C] を時間 t [s] の関数としてかけ。

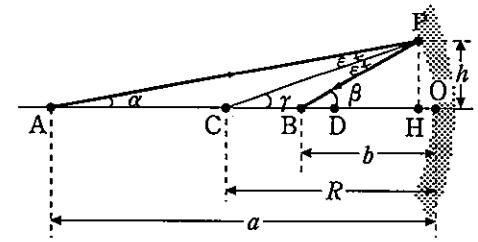


- (6) この回路の固有周波数 f_0 [Hz] を求めよ。
- (7) 導線およびコイルの抵抗が無視できないとき、回路を流れる電流 I [A] が時間 t [s] とともにどう変化するか。特徴がわかるように数周期分の概形をグラフにかけ。
- (8) (7) のようなグラフになる理由を述べよ。



- 7 鏡面が球面になっている凹面鏡(以下、凹面鏡とよぶ)に関する次の問いに答えよ。次の文章中の $\square a \sim g$ の中には文末の解答群より最適な語句を選び、 $\square \text{ア} \sim \text{ケ}$ には指示に従って適当な式または記号を記せ。

図 1 に示すように、点 O の位置に設置された凹面鏡がある。 O は鏡面の中心、点 C は球面の中心で、球面の半径 $CO=R$ とする。 C と O を通る直線を光軸とよぶ。



凹面鏡での光の反射と像について考える。図 1 で、光軸上の点 A を出た光が、鏡面上の点 P で反射し光軸上の点 B を通るとする。 $AO=a$ 、 $BO=b$ とする。 P での鏡面の法線と光軸が点 C で交わるので、 $\square a$ の法則より $\angle APC$ (入射角) = $\angle CPB$ (反射角) = ϵ である。 $\angle PAO = \alpha$ 、 $\angle PBO = \beta$ 、 $\angle PCO = \gamma$ とすれば、図 1 より、 $\alpha + \beta$ は γ を用いて、次のように表される。

$$\alpha + \beta = \square \text{ア} \quad \dots\dots \text{①}$$

光軸の近くを通る光線(近軸光線)だけを考えると、これらの角度 α 、 β 、 γ はすべて小さい。このとき、 P から光軸に下ろした垂線と光軸との交点を点 H とすれば、 $PH = h > OH$ であるから、 $\tan \alpha \approx \alpha$ 、 $\sin \alpha \approx \alpha$ (β と γ も同様) の近似のもとに、角度 α 、 β 、 γ は、 h 、 a 、 b 、 R を用いて、 $\alpha = \square \text{イ}$ 、 $\beta = \square \text{ウ}$ 、 $\gamma = \square \text{エ}$ と表される。これらを ① 式に代入し両辺を h でわると、次式が得られる。

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \square \text{オ} \quad \dots\dots \text{②}$$

このことは、 $a > \square \text{カ}$ であれば、 A から出たすべての近軸光線が B に集まることを示している。特に、 $a \rightarrow \infty$ であれば $b \rightarrow \square \text{カ}$ となるので、無限遠の光源からの平行光線は、凹面鏡で反射された後、ある 1 点に集まる。この点を点 D とする。この D が凹面鏡の $\square \text{b}$ である。逆に $a \rightarrow \square \text{カ}$ では $b \rightarrow \infty$ となるので、凹面鏡の (b) を通る光線は、凹面鏡で反射された後、光軸に $\square \text{c}$ に進む。

次に、図2に示すように、Aの位置で光軸上に直立している物体AA'の、この凹面鏡による像BB'を考える。Aに対応するBの位置は、②式によって決まる。 $a > (f)$ の場合、点A'から出て光軸に平行に進みPで反射してDを通る光線と、A'から出てDを通り点Qで反射して光軸に平行に進む光線の、2本の光線の交点が点B'である。このBB'として観察される像は [d] とよばれ、物体AA'に対して向きは [e] している。近軸光線のみを考えているので、P、O、Qは一直線上にあるとみなせる。この近似のもとで、 $\triangle A'AD$ と \triangle [キ] は相似であるから

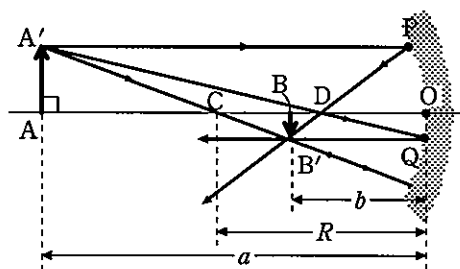


図2

$$AA' : OQ = AD : \text{ [ケ] } \dots\dots ③$$

となる。ここで、 $OQ = BB'$ であるから、この凹面鏡の倍率 $\frac{BB'}{AA'}$ は、②式と③式より、 a と b を用いて [ケ] と表される。

図3に示すように光軸上に直立している高さLの物体AA'が凹面鏡と(b)の間にあるとき、物体AA'から出て凹面鏡で反射された光は広がって進む。鏡からみてCがある側を前方とする。前方から見ると、その光は鏡の後方の像BB'から出た光のように見える。BがAに対応し、B'がA'に対応する。この像は [f] とよばれる。

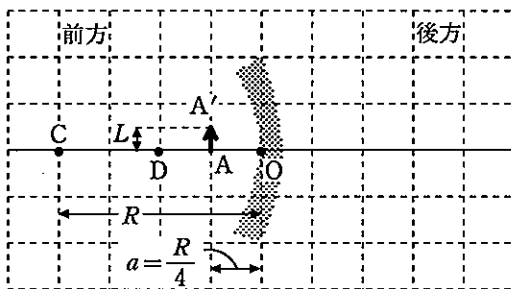


図3

$a = \frac{R}{4}$ のとき観察される (f) の位置と大きさを、図3にBを始点、B'を終点とする矢印で示せ。

像BB'として観察される (f) が、物体AA'に対して大きさが [g] されて見えるという凹面鏡の特性は、化粧用鏡に利用されている。

解答群

位相, 干渉, 平行, 垂直, 実像, 虚像, 倒立, 正立, 拡大,

縮小, 反射, 屈折, 回折, 焦点, 重心

8 次の文中の [ア] ~ [ク] に当てはまる式または数値を記せ。なお、[力] については当てはまるすべての数値を記入せよ。ただし、空気中を伝わる音波の速さを c [m/s] とする。

2つの音源 S_0 と S_1 は、同位相で同じ波長 λ [m] の正弦波の音波を発する。これらの音源が発する音波の振動数は [ア] [Hz] である。マイクロホンMで音を観測するとき、 S_0 からは一定の振幅の音波を発生し続け、Mでの S_0 と S_1 からの音波の振幅が等しくなるように、 S_1 から発する音の出力を調整した。図1のように、 xy 面内の原点Oに S_0 を置き、 x 軸上の点AにMを置いた。いま、 S_1 を原点Oのすぐ近くから少しずつ y 軸上を正の向きに移動させた。図1のように、 S_0 と S_1 の間の距離が d [m] となったとき、Mで観測される音波の振幅が初めて極小になった。これよりOA間の距離は [イ] [m] であることがわかる。

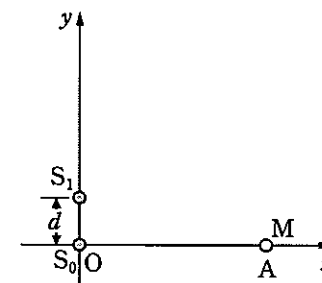


図1

次に、図2のように、距離 d だけ離して置いた音源 S_0 と S_1 から音波を発し、原点Oを中心として点Aを通る円周上を、点Aから反時計回りにマイクロホンMを少しずつ移動させた。原点OとMを結ぶ線が x 軸正の向きとなす角を θ [rad] とする。Mで観測される音波の振幅は、Mが円周上を移動し始めてから $\theta = \theta_1$ [rad] で初めて極大となった。 θ_1 は $\sin \theta_1 =$ [ウ] を満たす。さらにMを反時計回りに少しずつ移動させたところ、 $\theta = \theta_2$ [rad] で θ_1 を通過

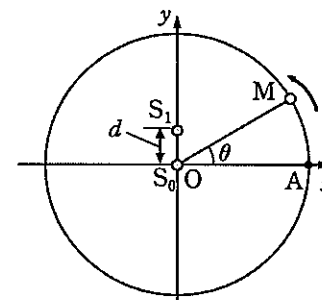


図2

後初めてMで観測される音波の振幅が極小となった。 θ_2 は $\sin \theta_2 =$ [エ] $\times \frac{\lambda}{d}$ を満たす。その後Mが円周上を移動する間に、Mで観測される音波の振幅は何度か極大および極小を示し、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad で極大となった。Mで観測される音波の振幅が極大を示す回数

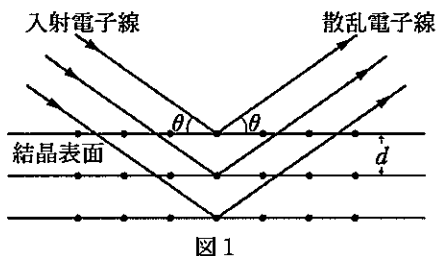
は、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において 回である。

最後に、図2のように、距離 d だけ離して置いた音源 S_0 と S_1 から音波を発し、原点 O を中心として点 A を通る円周上にそって、マイクロホン M を反時計回りに速さ u [m/s] ($u < c$) で回転させた。 M で観測される S_1 からの音波のドップラー効果は、 M の速度を S_1 と M を結ぶ方向とそれに直交する方向に分解したときの、 S_1 と M を結ぶ方向の成分を使って考えることができる。 M で観測される S_0 および S_1 からの音波が同じ振動数をもつときの、原点 O と M を結ぶ線が x 軸となす角 θ を、 $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲ですべてあげると 力 rad である。 M が点 A を通過するとき、 M の速度の S_1 と M を結ぶ方向の成分の大きさは キ [m/s] であり、 M で観測される S_1 からの音波の振動数は ケ [Hz] である。

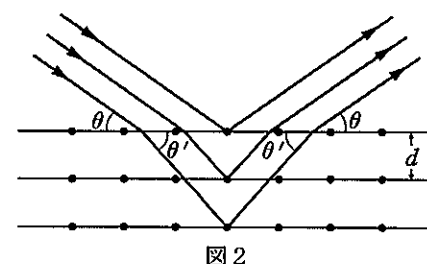
9 次の文中の空欄 ア ~ ク に当てはまる式を記せ。ただし、電子にはたらく重力はないものとする。

質量 m [kg]、電気量 $-e$ [C] ($e > 0$) の静止している電子を真空中で電圧 V [V] で加速すると、電子の運動量は ア [kg·m/s] となる。プランク定数を h [J·s] とすると、このときの電子線の波長は イ [m] である。

図1のように、真空中で加速電圧 V [V] で加速された電子線が、結晶表面に対して角 θ [rad] で入射し、屈折せずに結晶内でも直進したとする。規則正しく原子が配列している格子面は結晶表面と平行で、格子面の間隔が d [m] であるとき、隣りあう格子面で散乱された電子線が干渉によって強めあうための条件式は、ブラッグの条件によって、正の整数を k として ウ と与えられる。



真空中に比べて結晶内の電位が V_0 [V] だけ高いとすると、結晶に入るときに電子はこの電位差によって加速される。この現象は、電子線が結晶表面で屈折して結晶に入ると考えることができる。図2のように、結晶表面に対して角 θ [rad] で入射した電子線が表面で屈折し、結晶内では表面と電子線のなす角が θ' [rad] になったとする。この結晶の電子線についての絶対屈折率 n は、 θ と θ' を用いて $n = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'}$ と表される。また、 V_0 と加速電圧 V を用いて $n = \frac{V}{V_0}$ と表される。



屈折を考慮に入れると、隣りあう格子面で散乱された電子線が干渉によって強めあうための条件式は、 n 、 d 、 θ 、 e 、 m 、 V 、 h と正の整数 k を用いて 方 と与えられる。電位 V_0 が加速電圧 V に比べて十分に小さいとき、屈折による電子線の方向の変化 $\Delta\theta = \theta' - \theta$ は、 θ に比べて十分小さい。このとき、 $\cos(\theta + \Delta\theta) \approx \cos\theta - \Delta\theta \cdot \sin\theta$ と近似できることを用いると、 n と θ を用いて $\Delta\theta \approx \frac{1}{n} \sin\theta$ [rad] と近似できる。さらに、 $|x| \ll 1$ のとき成り立つ近似式 $(1+x)^a \approx 1+ax$ を用いると、 V 、 V_0 、 θ を用いて $\Delta\theta \approx \frac{1}{V} \times \frac{1}{V_0} \sin\theta$ [rad] と近似でき、屈折による電子線の方向の変化は加速電圧 V に反比例することがわかる。

10 以下の文章において、空欄(ア)~(ク)を式で、(ケ)を有効数字2桁の数値で、(コ)を10文字以内の言葉でそれぞれ埋めよ。ただし、(ア)~(ク)においては、電子の電荷を $-e$ とせよ。また、(ケ)においては、 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ [C]、プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ [J·s]、光の速さ $c = 3.0 \times 10^8$ [m/s] を用いよ。

質量 M の原子と質量 m の電子の衝突を、直線運動として考える。静止した原子に電子が速さ v で正面衝突して、原子内部に E のエネルギーを与え、電子は v' の速さで衝突前と逆向きにはね返され、原子は V_M の速さで動き出すとする。衝突の前後で運動量が保存することから、 ア の関係式が成り立つ。原子内部に与えたエネルギーを考慮すると、エネルギー保存則から、 イ の関係式も成り立つ。

V_M の値が最大になるのは、電子が原子内部にエネルギーを与えない場合 ($E=0$) であ

るから、 V_M の可能な最大値は、 M と m のみを用いて、 v の 倍と表される。また、このとき衝突後の原子の最大運動エネルギーは、 M と m のみを用いて、衝突前の電子の運動エネルギー E_0 の 倍と表される。一般に m は M に比べて非常に小さいので、衝突後の原子の運動エネルギーは無視できることがわかる。このことは、直線運動でない一般的な衝突においても成立する。

さて、実際の原子では、とり得る内部エネルギーの値はとびとびである。1番エネルギーの低い状態(エネルギー E_0)を基底状態、次にエネルギーの低い状態(エネルギー E_1)を励起状態とよぶ。電子の衝突によって、基底状態にある原子を励起状態にするためには、電子のエネルギー E_0 は の不等式を満たさなければならない。

原子の内部エネルギー状態を実験的に観測するために、図1のような実験装置を考えた。図で、陰極Cから出た電子は、陰極Cと格子状の加速電極Gとの間にかけた電圧 V_G で加速され、管内に満たされた水銀蒸気の中を通過する。電子が電極Gの位置に到達するまでに、電子は複数回水銀原子と衝突するように、水銀蒸気の圧力が調節されている。さらに、陽極Pと電極Gの間には、電子の進行を妨げる向きに一定の電圧 V_P

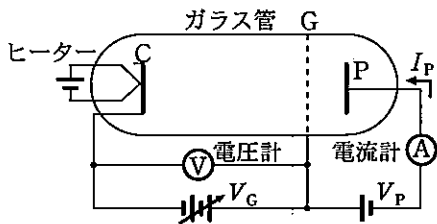


図1

(0.5 V程度)がかけられ、陽極Pに到達する電子による電流 I_P が電流計で測定される。

加速電圧 V_G を0から次第に増加させ、 $V_G > V_P$ になると、電子は次第に陽極Pに集まるようになる。最初のうちは、電子が途中で水銀原子に衝突しても水銀原子を励起できないので、電極Gの位置まで進行した電子のエネルギー E_0 は、である。

さらに V_G を増加させて E_0 が(オ)の条件を満たすようになると、衝突によって水銀原子を励起したのちの電子のエネルギーは E' に下がり、その差 $E_0 - E'$ はである。GP間の減速効果を考えると、 V_P と E' の間にの関係が成り立つ場合には、その電子は陽極Pに到達できない。このため、 I_P は減少しはじめ、 $I_P - V_G$ 曲線には極大が現れる。さらに V_G を増加させると、再び電子は陽極Pに到達し、 I_P は増加する。

実験の結果、図2のように $V_G = 4.9$ (V)と 9.8 Vで I_P が極大をもつ曲線が得られた。さらに、 $V_G = 4.9$ (V)を越えると、水銀蒸気から波長が mである紫外線の発生が観測された。 I_P の第二の極大については、それが $V_G = 9.8$ (V)で現れることから、電子が進行中に水銀原子をために生じたと説明できる。このようにして、水銀原子がとびとびのエネルギー状態をもつことが確認された。

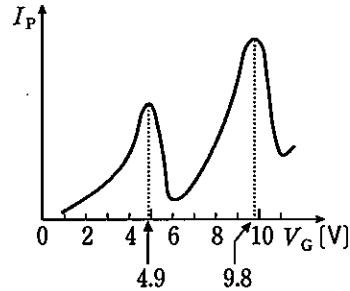


図2

1 [解答] (1) $m \frac{v_0^2}{L \sin \theta}$ (2) $\sqrt{\left(\frac{M}{m} + \cos \theta\right)gL}$ (3) v_0 (4) $U=v_0, V=0$

(5) ④ 理由：小球がふたたび穴から距離 L の位置に達したときは、小球は糸が外れた直後の状態と同じだから、それ以降も同じ運動をくり返すことになる。

円運動の中心を確認し、半径を求め、小球にはたらく力をすべて図示して考えればよい。

(1) 中心を O 、半径を r とすると

$$r = L \sin \theta$$

小球にはたらく力は重力 mg 、張力 S 、垂直抗力 N である。張力 S は、おもりにはたらく力のつりあいより

$$S = Mg$$

向心力の大きさは「 $m \frac{v^2}{r}$ 」より $m \frac{v_0^2}{L \sin \theta}$

(2) 遠心力 $m \frac{v_0^2}{r} = m \frac{v_0^2}{L \sin \theta}$ を含めて、斜面方向の力のつりあいを考えると

$$S + mg \cos \theta = m \frac{v_0^2}{L \sin \theta} \cdot \sin \theta$$

$$Mg + mg \cos \theta = \frac{m v_0^2}{L}$$

$$\text{よって } v_0^2 = \frac{M}{m} gL + gL \cos \theta$$

$$\text{ゆえに } v_0 = \sqrt{\left(\frac{M}{m} + \cos \theta\right)gL}$$

④ 遠心力を含めた力のつりあいを考えると、力のつりあいはどの方向で考えてもよいから、未知の力 N と垂直な方向、すなわち斜面方向のつりあいを考えることにより、 N が表に現れずに解くことができる。

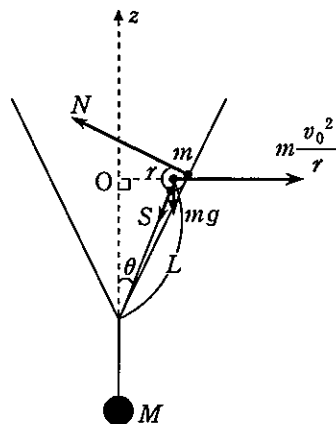
(3) 糸が外れる直前と直後で力学的エネルギーは保存しているから、直後の速さ v は直前の速さ v_0 と一致する。

$$v = v_0$$

(4) 与えられた条件より

$$L v_0 = L U \quad \text{よって } U = v_0$$

$$\text{また } v = \sqrt{U^2 + V^2} \quad \text{で } v = v_0 \text{ だから}$$



$$V = 0$$

(5) ④

理由：小球がふたたび穴から距離 L の位置に達したときは、小球は糸が外れた直後の状態と同じだから、それ以降も同じ運動をくり返すことになる。

2 [解答] (1) (ア) $\sqrt{gL(1 - \cos \delta)}$ (イ) $mg(2 - \cos \delta)$

(2) (ウ) $\frac{m}{M+m}v$ (エ) $1 - \frac{Mv^2}{2(M+m)gL}$

(3) (オ) $\frac{2m}{M+m}v$ (カ) $\frac{|m-M|}{M+m}v$

(4) (キ) $\frac{m}{M+m}v$

(5) (ク) $-\frac{1}{2}L\theta$ (ケ) $\frac{1}{2}L\theta$ (コ) $2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}} \left(= \pi\sqrt{\frac{2L}{g}} \right)$

(1) (ア) この間、小球の力学的エネルギーは保存しているから、最下点での小球の速さを v とすると

$$mg \cdot \frac{1}{2}L(1 - \cos \delta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{よって } v = \sqrt{gL(1 - \cos \delta)}$$

(イ) 最下点に達した直後、小球は支点 S を中心とする半径 L の円運動となる。このときの張力の大きさを S とし、運動方程式を立てると

$$m \frac{v^2}{L} = S - mg$$

$$\text{(ア) の結果より } mg(1 - \cos \delta) = S - mg$$

$$\text{よって } S = mg(2 - \cos \delta)$$

(2) (ウ) 小球が最下点に達した直後から台車と小球の水平方向の運動量は保存する。また、小球が最大の振れ角となったとき、台車と小球の速度は等しくなる。以上のことから求める速さを V とすると、次式が成り立つ。

$$mv + M \times 0 = mV + MV$$

$$\text{よって } mv = (m + M)V$$

$$\text{ゆえに } V = \frac{m}{M+m}v$$

(エ) さらにこの間、台車と小球の力学的エネルギーも保存するので

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV^2 + mgL(1 - \cos\theta)$$

Vを代入して

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}v\right)^2 + mgL(1 - \cos\theta)$$

整理して

$$\frac{1}{2} \frac{Mm}{M+m} v^2 = mgL(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{Mv^2}{2(M+m)gL} = 1 - \cos\theta$$

よって $\cos\theta = 1 - \frac{Mv^2}{2(M+m)gL}$

(3)(オ) 図の右向きを正の向きとして、再び最下点に達したときの小球の速度を v' 、台車の速度を V' とする。このとき、台車と小球の運動量の水平成分と、力学的エネルギーは、それぞれ保存するから

$$mv = mv' + MV' \quad \dots\dots ①$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 \quad \dots\dots ②$$

①式より $m(v - v') = MV' \quad \dots\dots ①'$

②式を変形すると

$$m(v - v')(v + v') = MV'^2$$

①'式を代入して $MV'(v + v') = MV'^2$

よって $v + v' = V' \quad \dots\dots ③$

①、③式より、 v' を消去して

$$mv = m(V' - v) + MV'$$

ゆえに $|V'| = \frac{2m}{M+m}v$

(カ) (オ)の結果を③式に代入して

$$|v'| = \left| \frac{2m}{M+m}v - v \right| = \frac{|m - M|}{M+m}v$$

【参考】③式を変形すると

$$1 = -\frac{v' - V'}{v - 0}$$

となることから、最下点に達してから、再び最下点にもどってくるまでを、台車と小球の弾性衝突とみなすことができる。このことを用いるとより手早く求めることができる。

(4)(キ) 物体系の重心の水平方向の速度 v_G は

$$v_G = \frac{\text{(物体系の水平方向の運動量の和)}}{\text{(物体系の全質量)}}$$

で表される。台車と小球の水平方向の運動量は mv で保存しているので、求める速さは

$$|v_G| = \frac{mv}{M+m} = \frac{m}{M+m}v$$

(5) 台車と小球の質量が等しいとき、この物体系の重心は台車の重心(点S)と小球の重心の中心、すなわち、糸の中心にある(図a)。

(ク) よって、糸の中心から見た支点Sの水平方向の位置は

$$-\frac{1}{2}L\sin\theta \approx -\frac{1}{2}L\theta$$

(ケ) 同様に、糸の中心から見た小球の水平方向の位置は

$$\frac{1}{2}L\sin\theta \approx \frac{1}{2}L\theta$$

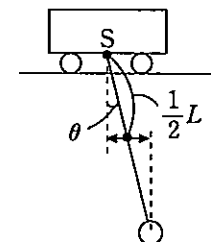


図 a

(コ) (キ)より、物体系の重心(ここでは糸の中心)は等速度運動をしているため、物体系の重心から小球を観測しても、慣性力を考える必要はない。そこで、糸の中心からは、小球は $\frac{1}{2}L$ の糸の長さでの単振り子と同じ運動をしているように見える。 θ

が十分小さいとき、単振り子の周期は「 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 」と表されるので、求める周期

T は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}} \quad (= \pi\sqrt{\frac{2L}{g}})$$

【3】 【解答】 (1) (ア) $-\frac{kQq}{(a-x)^2}$ (イ) $\frac{kQq}{(a+x)^2}$

(2) (ウ) $-\frac{kQq}{a^2}$ (エ) $-\frac{2kQq}{a^3}$ (オ) $\frac{kQq}{a^2}$ (カ) $-\frac{2kQq}{a^3}$

(キ) $-\frac{4kQq}{a^3}$

(3) (ク) ③ (ケ) ⑤ (4) $k\frac{Qq}{b^2} - mg = 0$ (5) $\frac{bd}{b+d}$ [m]

(6) (コ) $-\frac{2mg}{b}$ (7) $\pi\sqrt{\frac{b}{2g}}$ [s]

(1)(ア)(イ) $|x| < a$ のとき $AC = a - x$ [m], $BC = x - (-a)$ [m] であるから、クーロンの法則より

$$|F_{Ax}| = k\frac{Qq}{(a-x)^2} \text{ [N]}$$

$$|F_{Bx}| = k\frac{Qq}{(a+x)^2} \text{ [N]}$$

力の向きを考えると、どの電荷も正電荷なので斥力を及ぼしあう。よって、 F_{Ax} は x 軸負の向き、 F_{Bx} は x 軸正の向きである。ゆえに

$$F_{Ax} = -\frac{kQq}{(a-x)^2} \text{ [N]}$$

$$F_{Bx} = \frac{kQq}{(a+x)^2} \text{ [N]}$$

(2)(ウ)(エ) (1)より

$$F_{Ax} = -\frac{kQq}{a^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)^2}$$

$$= -\frac{kQq}{a^2} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-2} \text{ [N]}$$

$|x| < a$ のとき $\left|\frac{x}{a}\right| < 1$ であるから、次のように近似できる。

$$\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-2} \approx 1 + (-2) \times \left(-\frac{x}{a}\right) = 1 + \frac{2x}{a}$$

よって

$$F_{Ax} \approx -\frac{kQq}{a^2} \left(1 + \frac{2x}{a}\right)$$

$$= -\frac{kQq}{a^2} + \left(-\frac{2kQq}{a^3}\right)x \text{ [N]}$$

(オ)(カ) 同様にして

$$F_{Bx} = \frac{kQq}{a^2} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{-2} \approx \frac{kQq}{a^2} \left(1 - \frac{2x}{a}\right)$$

$$= \frac{kQq}{a^2} + \left(-\frac{2kQq}{a^3}\right)x \text{ [N]}$$

(キ) $F_x = F_{Ax} + F_{Bx} \approx -\frac{4kQq}{a^3}x \text{ [N]}$

(3) (2)から、荷電粒子は原点からの変位 x に比例する復元力を受けるので、単振動することがわかる。(ク)……③, (ケ)……⑤

(4) 荷電粒子は点 D の点電荷から y 軸正の向きの静電気力を受け、これが y 軸負の向きの重力とつりあう。よって、力のつりあいの式は

$$k\frac{Qq}{b^2} - mg = 0$$

(5) 点 E および点 H において、重力による位置エネルギー、静電気力による位置エネルギーの基準をそれぞれ原点、無限遠として、荷電粒子の速度が 0 であることに注意してエネルギー保存則を用いると

$$mgd + \frac{kQq}{d+b} = mg(-h) + \frac{kQq}{-h+b}$$

ここで、(4)の結果を用いて mg を消去すると

$$\frac{kQq}{b^2}d + \frac{kQq}{d+b} = -\frac{kQq}{b^2}h + \frac{kQq}{b-h}$$

両辺を kQq ($\neq 0$) でわって

$$\frac{d}{b^2} + \frac{1}{d+b} = -\frac{h}{b^2} + \frac{1}{b-h}$$

整理して

$$\frac{d+h}{b^2} - \frac{d+h}{(d+b)(b-h)} = 0$$

$d > 0$, $h > 0$ であるから $d+h \neq 0$ なので、 $d+h$ でわって分母をはらい

$$(d+b)(b-h) - b^2 = 0$$

よって $h = b - \frac{b^2}{d+b} = \frac{bd}{b+d}$ [m]

(6)(コ) 静電気力と重力を合成すると

$$F_y = k\frac{Qq}{(y+b)^2} - mg$$

$$= \frac{kQq}{b^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{y}{b}\right)^2} - mg$$

(4) を用いて

$$F_y = mg \left\{ \left(1 + \frac{y}{b}\right)^{-2} - 1 \right\}$$

$|y| \ll b$ なので (2) と同様に近似して

$$F_y \doteq mg \left(1 - \frac{2y}{b} - 1\right) = -\frac{2mg}{b} y \text{ [N]}$$

(7) 荷電粒子の加速度を β [m/s²] とすれば、運動方程式は

$$m\beta = -\frac{2mg}{b} y$$

よって $\beta = -\frac{2g}{b} y$ [m/s²]

つまり、荷電粒子は $y=0$ を振動の中心として角振動数 $\sqrt{\frac{2g}{b}}$ [rad/s] の単振動をする。

点 F から最初に点 H' に到達するまでは、振動の上端から下端への移動であり、 $\frac{1}{2}$ 周期の時間がかかる。よって

$$t = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2g}{b}}} = \pi \sqrt{\frac{b}{2g}} \text{ [s]}$$

- 4 解答 (1) (ア) ⑦ (イ) ⑤ (ウ) ⑤ (エ) ②
 (2) (オ) ⑪ (カ) ⑥ (キ) ③ (ク) ④ (ケ) ④ (コ) ④

(1) (ア) 導体球 A の表面積は $4\pi a^2$ [m²] で、ここに電気量が Q [C] の電荷が一様に分布するので、A の表面の単位面積当たりの電気量は

$$\frac{Q}{4\pi a^2} \text{ [C/m}^2\text{]} \dots\dots ⑦$$

(イ) 電気量が q [C] の電荷から出る電気力線の総数は $4\pi k_0 q$ [本] であるから、単位面積当たりの電気量が $\frac{Q}{4\pi a^2}$ [C/m²] のとき、単位面積当たりの電気力線の本数は

$$4\pi k_0 \frac{Q}{4\pi a^2} = k_0 \times \frac{Q}{a^2} \text{ [本/m}^2\text{]} \dots\dots ⑤$$

(ウ) A の中心に電気量 Q [C] の点電荷があるとき、中心からの距離 r [m] ($r \geq a$) の位置の電場の強さは、この位置に単位正電荷 (1C) をおいたときの静電気力の大きさに等しいので、クーロンの法則 $[F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}]$ より

$$k_0 \frac{Q \times 1}{r^2} = k_0 \times \frac{Q}{r^2} \text{ [N/C]} \dots\dots ⑤$$

(エ) 点電荷 q [C] が距離 r [m] の位置につくる電位は、無限遠方を基準として $k_0 \frac{q}{r}$ [V] であるから、この問題の場合の電位は

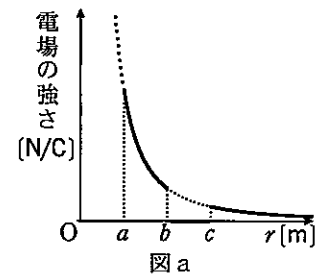
$$k_0 \times \frac{Q}{r} \text{ [V]} \dots\dots ②$$

(2) (オ) A の表面から出る総数 $4\pi k_0 Q$ [本] の電気力線が B の内側表面に到達するので、B の内側表面には電気量 $-Q$ [C] の電荷が現れる。…… ⑪

(カ) 電気量保存の法則により、B がもつ電気量の総和は 0C である。内側表面に $-Q$ [C] 現れているので、外側表面には $+Q$ [C] が現れる。…… ⑥

(キ) $a \leq r \leq b$ および $c \leq r$ の範囲における電場のようすは、A の中心に電気量 Q [C] の点電荷がある場合に等しいから、(ウ) と同じように電場の強さは $k_0 \frac{Q}{r^2}$ [N/C] であり、一方、導体中の電場は 0 であるから、電場の強さを表すグラフは図 a のようになる。

…… ③



(ク) 無限遠方を基準としたときの電位とは何かを考える。A の中心からの距離が r の球面 S 上における電位を $V(r)$ とする。無限遠方にある単位正電荷に外力を加え、電場の中を球面 S に達するまで移動させるとき、単位正電荷が電場から受ける静電気力と常につりあうように外力を調節してやれば、単位正電荷は加速することなく移動し、運動エネルギーは変化しない。このときの外力が単位正電荷に対してする仕事が $V(r)$ である。無限遠方にあるときと比べて単位正電荷の位置エネルギーが $V(r)$ 増加している。

ここで、A の中心に点電荷 Q [C] があるとき A の中心からの距離が r の球面 S 上における電位を $V'(r)$ とすると

$$V'(r) = k_0 \frac{Q}{r} \text{ [V]} \dots\dots [a]$$

である。これと $V(r)$ を比較して考える。無限遠方から $r=c$ まで電場の中、単位正電荷を移動させるとき、導体球 A のかわりに点電荷 Q があるとしても、 $c \leq r$ の範囲の電場は等しく、移動に必要な仕事も等しくなる。つまり

$$V(r) = V'(r) \quad (c \leq r)$$

である。 $b \leq r \leq c$ の領域には導体 B があるため電場は 0 であり、等電位となるから

$$V(r) = V(c) \quad (b \leq r \leq c)$$

である。 $a \leq r \leq b$ における電場は、A のかわりに点電荷 Q がある場合と等しく、 $r=b$ から $r=a$ に向かって単位正電荷を移動させるために必要な仕事は、点電荷 Q がつくる電場の中を移動させるときと等しくなる。つまり、 $r=b$ にあるときとの電位差に注目すれば、導体球 A がある場合でも点電荷 Q がある場合でも違いはなく

$$V(r) - V(b) = V'(r) - V'(b) \quad (a \leq r \leq b)$$

である。 $0 \leq r \leq a$ は導体球 A が存在しているので等電位である。つまり

$$V(r) = V(a) \quad (0 \leq r \leq a)$$

である。 $V(r)$ および $V'(r)$ のグラフは、図 b のようになる。…… ④

(ケ) (ク) で考えたとおり $a \leq r \leq b$ において

$$V(r) - V(b) = V'(r) - V'(b)$$

なので、 $r=a$ を代入すると

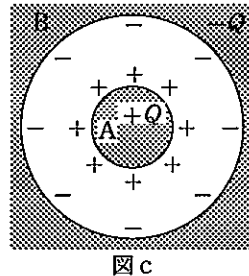
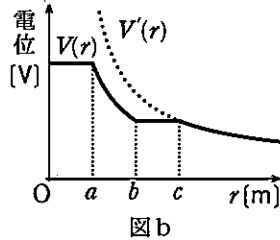
$$\begin{aligned} V(a) - V(b) &= V'(a) - V'(b) \\ &= k_0 \frac{Q}{a} - k_0 \frac{Q}{b} \quad ([a] \text{式を用いた}) \\ &= k_0 Q \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \text{ [V]} \end{aligned}$$

つまり、 $r=b$ に比べ $r=a$ のほうが、これだけ電位が高い。…… ④

(コ) 図 c のようなコンデンサーである。

「 $Q = CV$ 」を用いて

$$\begin{aligned} Q &= C[V(a) - V(b)] = Ck_0 Q \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ &= Ck_0 Q \frac{b-a}{ab} \text{ [C]} \end{aligned}$$

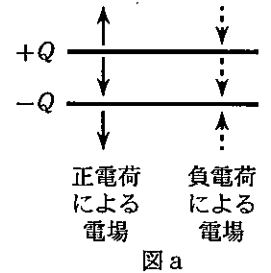


$$\text{よって } C = \frac{1}{k_0} \left(\frac{ab}{b-a} \right) \text{ [F]} \dots\dots ④$$

- 5 [解答] (1) E : 下向き, $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ V : $\frac{Qd}{\epsilon_0 S}$ (2) $\frac{\epsilon_0 S}{d}$ (3) $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S d$
- (4) P_1 と P_2 の間: 下向き, $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ P_2 と P_3 の間: 0
- P_3 と P_4 の間: 下向き, $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$
- (5) $2U_0$
- (6) P_1 と P_2 の間: 下向き, $\frac{Q-q}{\epsilon_0 S}$ P_2 と P_3 の間: 上向き, $\frac{q}{\epsilon_0 S}$
- P_3 と P_4 の間: 下向き, $\frac{Q-q}{\epsilon_0 S}$ P_4 と P_5 の間: 上向き, $\frac{q}{\epsilon_0 S}$

$$(7) U_2: 2U_0 \left\{ 2 \left(\frac{q}{Q} \right)^2 - 2 \left(\frac{q}{Q} \right) + 1 \right\} \quad q: \frac{1}{2} Q$$

(1) 上側の極板が単独で存在している場合、ガウスの法則より $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 本の電気力線が上面下面合わせて面積 $2S$ の部分に一樣に分布することになるので、板に垂直な一樣な電場が生じ、その強さは $\frac{Q}{2\epsilon_0 S}$ である。下の極板についても同様に考え、2つの電場を合成すると、極板間においてはいずれも上の極板から下の極板へ向かう向きとなるので、極板間の電場の強さは1枚のときの2倍となり、下向きに強さ



$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} \times 2 = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

一樣な電場が距離 d にそって存在しているので

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

(2) $Q = CV$ なので $C = \frac{Q}{V}$ であり、(1) の V の式を変形して $C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

(3) 静電エネルギーの式から $U_0 = \frac{1}{2} QV$

(1)の結果より $Q = \epsilon_0 S E$

よって $U_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 S E \times E d = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S d$

(4) P_1, P_2, P_3, P_4 の電荷がつくる電場をそれぞれ E_1, E_2, E_3, E_4 とすると、これらの強さはすべて(1)と同じ $\frac{Q}{2\epsilon_0 S}$ であり、向きは図bのとおりである。各領域でこれらの電場を合成する。

P_1 より上、 P_4 より下では確かに、上向き下向き2本ずつで合計0になっている。 P_1 と P_2 の間では、上向き1本、下向き3本なので、下向きに強さ

$$\frac{Q}{2\epsilon_0 S} \times (3-1) = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

P_2 と P_3 の間では、上向き、下向き2本ずつで打ち消しあって0

P_3 と P_4 の間では、上向き1本、下向き3本より、下向きに強さ $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$

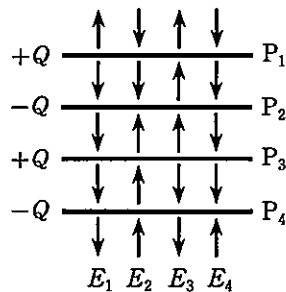
㊦ これは、図cのように極板の上下の一方に電荷が分布している状態であると解釈できる。

4枚の極板を全体としてとらえれば、電気量の総和は0であるから、ガウスの法則より、外側に出てくる電気力線の本数は0本であり、 P_1 の上側、 P_4 の下側には電荷が分布せず、電気力線も存在しない。

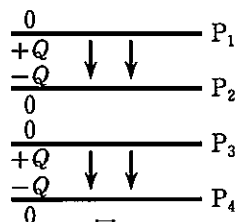
(5) (4)の㊦のとおり、 P_1-P_2 間、 P_3-P_4 間の2か所に静

電エネルギーが蓄えられていることになる。つまり、静電エネルギーが U_0 のコンデンサーが2つある状態であり

$$U_1 = 2U_0$$



図b



図c

(6) 5枚の極板の電気量の総和は0であるから、㊦と同様に、各極板の上面、下面に電荷がどのように分布するか考えると図dようになる。 $0 < q < Q$ であるから

$$Q - q > 0$$

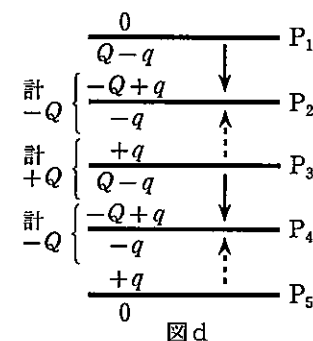
である。各領域の電場の強さは、(1)で求めた E の式において Q の部分を各コンデンサーの電気量でおきかえればよい。

P_1 と P_2 の間は、電場は下向きで、強さは $\frac{Q-q}{\epsilon_0 S}$

P_2 と P_3 の間は、電場は上向きで、強さは $\frac{q}{\epsilon_0 S}$

P_3 と P_4 の間は、電場は下向きで、強さは $\frac{Q-q}{\epsilon_0 S}$

P_4 と P_5 の間は、電場は上向きで、強さは $\frac{q}{\epsilon_0 S}$



図d

(7) 静電エネルギーの式「 $U = \frac{Q^2}{2C}$ 」を用いる。各極板間をコンデンサーとみなせばどれ

も電気容量は(2)で求めた C に等しい。よって

$$U_2 = \frac{(Q-q)^2}{2C} \times 2 + \frac{q^2}{2C} \times 2$$

$$= \frac{Q^2}{2C} \left\{ \left(1 - \frac{q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{q}{Q}\right)^2 \right\} \times 2$$

$U_0 = \frac{Q^2}{2C}$ であるから $x = \frac{q}{Q}$ とおくと

$$U_2 = 2U_0 \{ (1-x)^2 + x^2 \} = 2U_0 (2x^2 - 2x + 1)$$

$$= 2U_0 \left\{ 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \right\}$$

ただし $0 < q < Q$ より $0 < x < 1$ である。

よって $x = \frac{1}{2}$ のとき U_2 は最小となる。

以上より

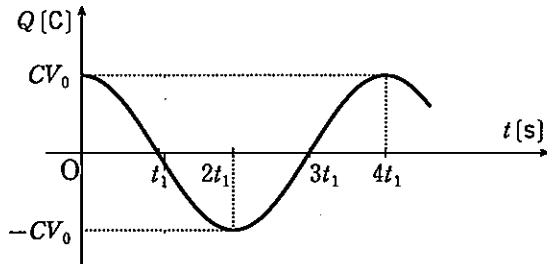
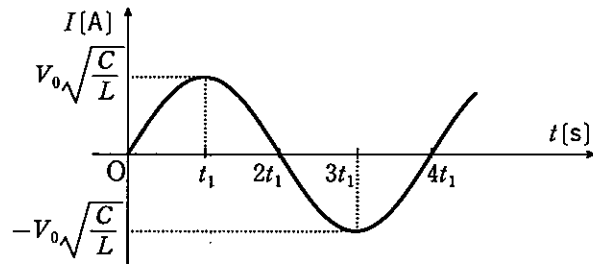
$$U_2 = 2U_0 \left\{ 2\left(\frac{q}{Q}\right)^2 - 2\left(\frac{q}{Q}\right) + 1 \right\}$$

であり、 U_2 が最小となるのは $q = \frac{1}{2}Q$ のときである。

6 解答 (1) $\frac{1}{2}CV_0^2$ [J] (2) $\pm\sqrt{V_0^2 - \frac{L}{C}I^2}$ [V] (3) $V_0\sqrt{\frac{C}{L}}$ [A]

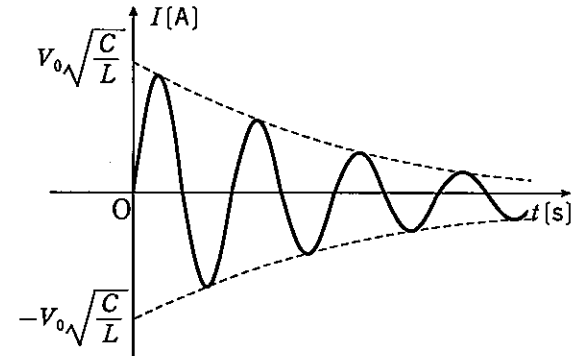
(4) $-CV_0$ [C]

(5)



(6) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ [Hz]

(7)



(8) 電流が流れることで発生するジュール熱によってエネルギーを失っていくため、振動電流の振幅が小さくなっていく。

(1) $t=0$ のときコンデンサーに蓄えられていた電気量 Q_0 [C] は

$$Q_0 = CV_0$$

コンデンサーに蓄えられるエネルギーは「 $U = \frac{Q^2}{2C}$ 」より、求めるエネルギー U_0 [J] は

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}CV_0^2$$

(2) エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}CV_c^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CV_0^2$$

よって

$$V_c = \pm\sqrt{V_0^2 - \frac{L}{C}I^2}$$

(3) $V_c = 0$ となるときを考えればよいので

$$V_0^2 - \frac{L}{C}I_0^2 = 0 \quad \text{よって} \quad I_0 = \pm V_0\sqrt{\frac{C}{L}}$$

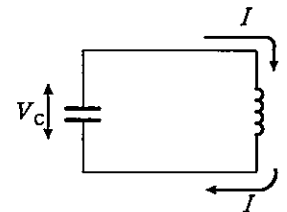


図 a

初めて $V_c=0$ となるときなので、 $I_0 > 0$ より

$$I_0 = V_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ [A]}$$

- (4) 図 b のように $t=0$ のときは正負が逆の電荷がそれぞれの極板に蓄えられる。
よって $-CV_0$ [C]

- (5) (3), (4) の結果を踏まえると、図 c, 図 d のようになる。

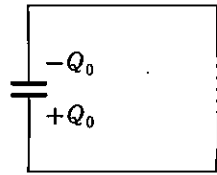


図 b

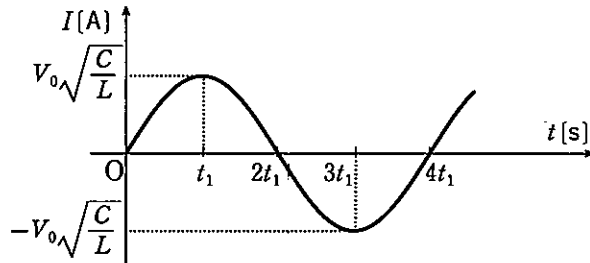


図 c

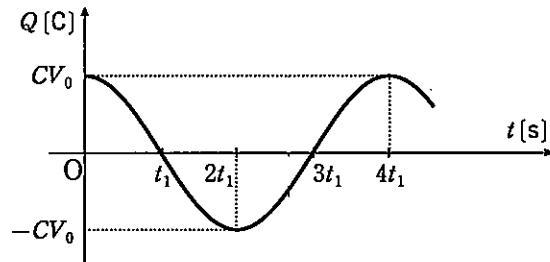


図 d

- (6) 公式より $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz]}$

- (7)(8) 電流が流れることで発生するジュール熱によってエネルギーを失っていくため、振動電流の振幅が小さくなっていく。

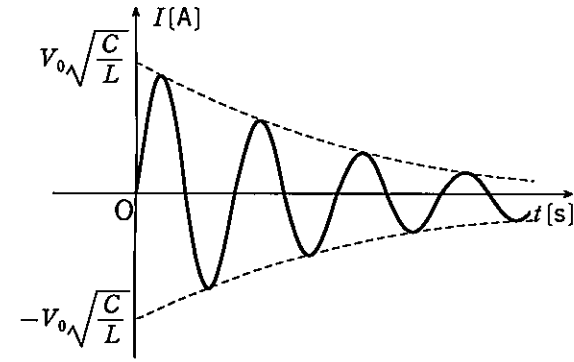
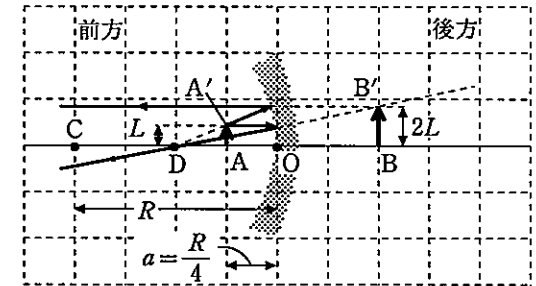


図 e

【参考】 回路に抵抗がある場合、抵抗がない場合と比べて、電気振動の周期は長くなる (高校物理の範囲外)。

- 7 【解答】 (a) 反射 (b) 焦点
(c) 平行 (d) 実像
(e) 倒立 (f) 虚像
(g) 拡大
(ア) $2r$ (イ) $\frac{h}{a}$
(ウ) $\frac{h}{b}$ (エ) $\frac{h}{R}$
(オ) $\frac{2}{R}$ (カ) $\frac{R}{2}$



- (キ) QOD (ク) OD (ケ) $\frac{b}{a}$ 図は上図

【ヒント】 凹面鏡の像を作図するには ① 焦点 → 平行 ② 平行 → 焦点 の2つの光線を用いる。
凹面鏡の焦点は1つだけであるから、①, ② では同じ焦点を用いる (レンズとは異なる)。

球面鏡の焦点距離 f は、球面の半径を R とすれば、近似的に $f = \frac{1}{2}R$ となる。

- (a) 反射

(ア) $\triangle PAC$ において $\alpha + \varepsilon = \gamma$ ※A- [a]
 $\triangle PCB$ において $\gamma + \varepsilon = \beta$ [b]

[a], [b]式より ε を消去して $\alpha + \beta = 2\gamma$

(イ) $\triangle PAH$ において

$$\tan \alpha = \frac{PH}{AH} = \frac{h}{a - OH}$$

いま α はきわめて小さいから

$$\tan \alpha \doteq \alpha$$

また $a > h > OH$ より

$$\frac{h}{a - OH} = \frac{\frac{h}{a}}{1 - \frac{OH}{a}} \doteq \frac{h}{a}$$

よって $\alpha = \frac{h}{a}$

(ウ) (イ)と同様にして $\beta = \frac{h}{b}$

(エ) (イ)と同様にして $\gamma = \frac{h}{R}$

(オ) (イ), (ウ), (エ)を①式に代入して

$$\frac{h}{a} + \frac{h}{b} = 2\frac{h}{R}$$

よって $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$ ※B-

(カ) A から出たすべての光が B に集まる条件は $b > 0$, すなわち $\frac{1}{b} > 0$ なので, ②式

は $\frac{1}{a} < \frac{2}{R}$ となる。よって $a > \frac{R}{2}$

(b) 焦点※C-

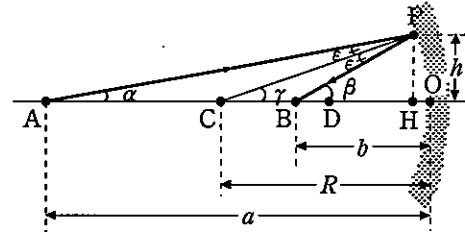
(c) $b \rightarrow \infty$ なので, 平行※D-

(d) 実際に光が集まって像を結ぶので, 実像※E-

(e) 倒立

(キ) 図より $\triangle A'AD \sim \triangle QOD$

(ク) $AA' : OQ = AD : OD$



(ケ) ③式より $AA' : BB' = AD : OD = a - \frac{R}{2} : \frac{R}{2}$

よって $\frac{BB'}{AA'} = \frac{\frac{R}{2}}{a - \frac{R}{2}}$ [c]

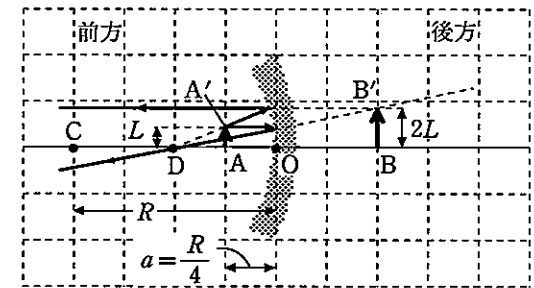
一方, ②式より $\frac{R}{2} = \frac{ab}{a+b}$ [d]

[c]式に[d]式を代入して

$$\text{倍率} = \frac{BB'}{AA'} = \frac{\frac{ab}{a+b}}{a - \frac{ab}{a+b}} = \frac{ab}{a(a+b) - ab} = \frac{b}{a}$$

(f) 実際に光が集まっていないので, 虚像※F-

(図3) 右図



(g) 拡大(この作図では実物より2倍に拡大されている)

←※A 三角形の外角 c は, これと隣りあわない内角 a , b の和に等しい。

←※B 焦点距離を f とすると $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ の写像公式となる。

←※C 焦点は D で焦点距離 f は $f = \frac{1}{2}R$

←※D 別図 光の逆進性より, 平行

←※E 問題文中図2の実線の交点は実像。また, BB' は倒立実像である。

←※F 図cの点線の交点は虚像。



8 解答 (ア) $\frac{c}{\lambda}$ (イ) $\frac{4d^2 - \lambda^2}{4\lambda}$ (ウ) $\frac{2d\lambda}{4d^2 - \lambda^2}$ (エ) 1 (オ) $1 + \frac{d}{\lambda}$

(カ) $\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ (キ) $\frac{4d\lambda}{4d^2 + \lambda^2}u$ (ク) $\frac{c}{\lambda} + \frac{4du}{4d^2 + \lambda^2}$

(ア) 「 $v = f\lambda$ 」より $f = \frac{c}{\lambda}$ [Hz]

(イ) Mでの観測が極小になったのは、 S_0 と S_1 からの音波が弱めあうときである。

$\overline{OA} = \overline{S_0A} = l$ とすると

$$\overline{S_1A} = \sqrt{l^2 + d^2}$$

初めて極小になったから、次の式が成立している。

$$\overline{S_1A} - \overline{S_0A} = \frac{1}{2}\lambda$$

左辺に代入して $\sqrt{l^2 + d^2} - l = \frac{1}{2}\lambda$

2乗して $l^2 + d^2 = l^2 + l\lambda + \frac{1}{4}\lambda^2$

よって $\overline{OA} = l = \frac{4d^2 - \lambda^2}{4\lambda}$ [m]

(ウ)

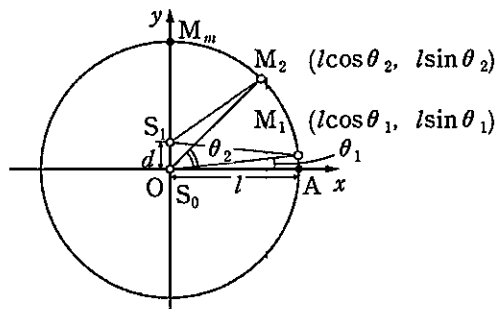


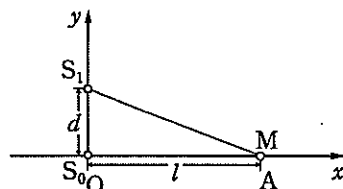
図 b

$\theta = \theta_1$ で初めて極大になるのは $\overline{S_0M_1} = \overline{S_1M_1}$ の場合である。

$\overline{S_0M_1} = l, \overline{S_1M_1} = \sqrt{(l \cos \theta_1)^2 + (l \sin \theta_1 - d)^2}$ より

$$\sqrt{(l \cos \theta_1)^2 + (l \sin \theta_1 - d)^2} = l$$

両辺を2乗して



$\overline{OA} = l$ とおく。

図 a

$$l^2 \cos^2 \theta_1 + l^2 \sin^2 \theta_1 - 2ld \sin \theta_1 + d^2 = l^2$$

よって

$$\sin \theta_1 = \frac{d}{2l} = \frac{d}{2} \times \frac{4\lambda}{4d^2 - \lambda^2} = \frac{2d\lambda}{4d^2 - \lambda^2}$$

別解 $\overline{S_0M} = \overline{S_1M}$ の条件を満たす点 M は、 $\overline{S_0S_1}$ の垂直二等分線上にある。これと

円との交点が M であるから

$$\sin \theta_1 = \frac{\frac{1}{2}d}{l} = \frac{d}{2l}$$

が求められる。

(エ) 次に極小になるのは、以下の場合である。

$$\overline{S_0M_2} - \overline{S_1M_2} = \frac{\lambda}{2}$$

左辺に代入して

$$l - \sqrt{(l \cos \theta_2)^2 + (l \sin \theta_2 - d)^2} = \frac{\lambda}{2}$$

$$l - \frac{\lambda}{2} = \sqrt{(l \cos \theta_2)^2 + (l \sin \theta_2 - d)^2}$$

両辺を2乗して

$$l^2 - l\lambda + \frac{1}{4}\lambda^2 = l^2 - 2ld \sin \theta_2 + d^2$$

$$\text{よって } \sin \theta_2 = \frac{d^2 - \frac{1}{4}\lambda^2 + l\lambda}{2ld}$$

(イ)より $d^2 - \frac{1}{4}\lambda^2 = l\lambda$ を代入して

$$\sin \theta_2 = \frac{l\lambda + l\lambda}{2ld} = \frac{\lambda}{d} = 1 \times \frac{\lambda}{d}$$

(オ) $\theta = \frac{\pi}{2}$ で極大となったから、 $m=0, 1, 2, \dots$ と

して

$$S_0M_m - S_1M_m = l - (l+d) = m\lambda$$

よって $d = m\lambda$

(ウ) が $m=0$ での極大で、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ での極大は m のと

きだから、極大を示す回数は

$$1+m = 1 + \frac{d}{\lambda} \text{ [回]}$$

(カ) 点 O (S_0) からの音の伝わる方向は、円運動している M の速度の方向と常に垂直であるから、 S_0 からの音を M が受ける場合はドップラー効果はない。 S_1 からの音を M が受ける場合、音が伝わる方向と M の速度の方向が垂直になるのは、 $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ rad の場合のみである。

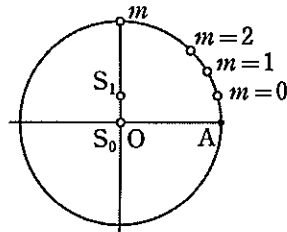


図 c

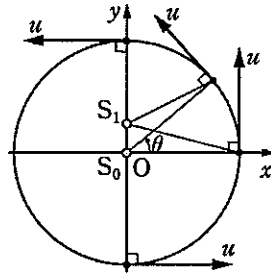


図 d

(キ) $\angle S_1AO$ を α とおくと

$$\sin \alpha = \frac{d}{\sqrt{d^2 + l^2}}$$

図 e より、求める速度の成分 $u_{//}$ [m/s] は

$$u_{//} = u \sin \alpha \text{ [m/s]}$$

である。ここで

$$d^2 + l^2 = d^2 + \frac{(4d^2 - \lambda^2)^2}{(4\lambda)^2}$$

$$= \frac{d^2(4\lambda)^2 + 16d^4 - 8d^2\lambda^2 + \lambda^4}{(4\lambda)^2}$$

$$= \frac{16d^4 + 8d^2\lambda^2 + \lambda^4}{(4\lambda)^2} = \left(\frac{4d^2 + \lambda^2}{4\lambda}\right)^2$$

$$\text{よって } u_{//} = u \frac{d}{\frac{4d^2 + \lambda^2}{4\lambda}} = \frac{4d\lambda}{4d^2 + \lambda^2} u \text{ [m/s]}$$

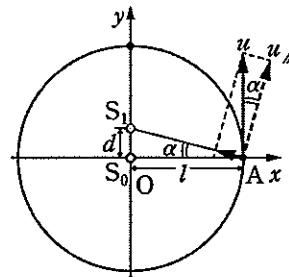


図 e

【参考】 (イ) を用いると

$$\sin \alpha = \frac{d}{l + \frac{1}{2}\lambda} = \frac{d}{\frac{4d^2 - \lambda^2}{4\lambda} + \frac{1}{2}\lambda} = \frac{4\lambda d}{4d^2 - \lambda^2 + 2\lambda^2} = \frac{4d\lambda}{4d^2 + \lambda^2}$$

(ク) ドップラー効果の公式に代入して

$$f' = \frac{c - (-u_{//})}{c} f = \frac{c + \frac{4d\lambda}{4d^2 + \lambda^2} u}{c} f$$

$$= \frac{c}{\lambda} \left\{ 1 + \frac{4d\lambda}{(4d^2 + \lambda^2)c} u \right\}$$

$$= \frac{c}{\lambda} + \frac{4du}{4d^2 + \lambda^2} \text{ [Hz]}$$

9 【解答】 (ア) $\sqrt{2meV}$ (イ) $\frac{h}{\sqrt{2meV}}$ (ウ) $2d \sin \theta = k \frac{h}{\sqrt{2meV}}$

(エ) $\frac{\cos \theta}{\cos \theta'}$ (オ) $\sqrt{\frac{V+V_0}{V}}$ (カ) $2d \sqrt{n^2 - \cos^2 \theta} = k \frac{h}{\sqrt{2meV}}$

(キ) $\left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{\tan \theta}$ (ク) $\frac{V_0}{2 \tan \theta}$

(ア) 電子の速さを v [m/s] とすると、電子の運動エネルギーは、電圧で加速した分の仕事に等しいので

$$\frac{1}{2} m v^2 = eV$$

よって、電子の運動量は

$$m v = \sqrt{2meV} \text{ [kg} \cdot \text{m/s]}$$

(イ) 電子線の波長を λ [m] とすると、物質波の波長の式「 $\lambda = \frac{h}{m v}$ 」より

$$\lambda = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{ [m]}$$

(ウ) 隣りあう格子面で散乱される電子線の経路差は、図 a の太線部分であり、これは $2d\sin\theta$ である。これが波長の整数倍に等しければ、電子線は強めあうので

$$2d\sin\theta = k \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

(工) 電子線の入射角と屈折角はそれぞれ $90^\circ - \theta$, $90^\circ - \theta'$

である。屈折の法則「 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$ 」より

$$\frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\sin(90^\circ - \theta')} = n$$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta \text{ より } n = \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}$$

(オ) (イ)より、真空中の電子線の波長 λ [m] は

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

結晶中の電子線の波長 λ' [m] は

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2me(V+V_0)}}$$

これらに対し、屈折の法則「 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ 」より

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{V+V_0}{V}}$$

(カ) (ウ)と同様に考えると、屈折も考慮した場合に電子線が強めあうための条件式は

$$2nds\sin\theta' = k \frac{h}{\sqrt{2meV}} \quad \dots\dots ①$$

また、(工)より

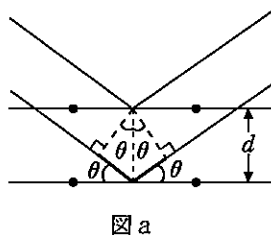
$$\cos\theta' = \frac{1}{n} \cos\theta \quad \dots\dots ②$$

式変形すると

$$\sin\theta' = \sqrt{1 - \cos^2\theta'} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \cos^2\theta}$$

これを①式に用いて

$$2nd \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \cos^2\theta} = k \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$



$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2\theta} = k \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

(キ) $\theta' = \theta + \Delta\theta$ と、与えられた近似式を用いると

$$\cos\theta' = \cos(\theta + \Delta\theta)$$

$$\cos\theta' \approx \cos\theta - \Delta\theta \cdot \sin\theta \quad \dots\dots ③$$

②, ③式より

$$\cos\theta - \Delta\theta \cdot \sin\theta = \frac{1}{n} \cos\theta$$

$$\text{よって } \Delta\theta = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{\tan\theta} \text{ [rad]}$$

(ク) (工), (オ)より

$$\frac{\cos\theta'}{\cos\theta} = \left(1 + \frac{V_0}{V}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$\frac{V_0}{V} \ll 1$ なので

$$\frac{\cos\theta'}{\cos\theta} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0}{V}$$

また、③式より

$$\frac{\cos\theta'}{\cos\theta} \approx \frac{\cos\theta - \Delta\theta \cdot \sin\theta}{\cos\theta} = 1 - \Delta\theta \cdot \tan\theta$$

よって

$$1 - \Delta\theta \cdot \tan\theta = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0}{V}$$

$$\text{ゆえに } \Delta\theta \approx \frac{V_0}{2 \tan\theta} \times \frac{1}{V} \text{ [rad]}$$

10 解答 (ア) $mv = MV_M + m(-v')$ (イ) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV_M^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + E$

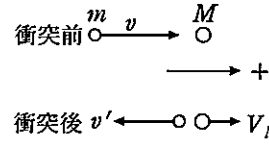
(ウ) $\frac{2m}{M+m}$ (エ) $\frac{4Mm}{(M+m)^2}$ (オ) $E_0 \geq E_x - E_g$ (カ) eV_G

(キ) $E_x - E_g$ (ク) $E' < eV_P$ (ケ) 2.5×10^{-7}

(コ) 2回励起した

(ア) 衝突前の電子の速度の向きを正とすると、右図より

$$mv = MV_M + m(-v')$$



(イ) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV_M^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + E$

(ウ) (イ)の式で $E=0$ とおき, (ア)の式と連立させて

$$V_M = \frac{2m}{M+m}v$$

よって $\frac{2m}{M+m}$ [倍]

(エ) $\frac{1}{2}MV_M^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{2m}{M+m}v\right)^2$
 $= \frac{1}{2}mv^2 \cdot \frac{4Mm}{(M+m)^2} = E_0 \cdot \frac{4Mm}{(M+m)^2}$

よって $\frac{4Mm}{(M+m)^2}$ [倍]

(オ) $E_0 \geq E_x - E_g$

(カ) eV_G

(キ) $E_x - E_g$

(ク) $E' < eV_P$

(ケ) 電子から eV_G ($V_G=4.9$ (V)) のエネルギーを受け取った水銀原子が励起状態となり, 基底状態にもどるときに, そのエネルギーの差に等しい光子1個を放出するから,

$$eV_G = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{eV_G} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.9}$$

$$= 2.5 \times 10^{-7} \text{ (m)}$$

(コ) 2回励起した