

2022年度 順天堂大学

【傾向など】

- レベルは総じて標準的。ただし、問題に一工夫あるので、完答はそれほど簡単ではないだろう。とくに「I第1問」の小問集合は、本来なら小問としてさらに細かく問われてもよいことが問われていないため、見た目以上に解きにくいかもしれない。解答に至る各ステップが小問という形で示されないため、各ステップを自力で見つけなくてはならない難しさがある。
- 時間的にも完答は難しい
- 見慣れない内容の問題(2018 石けん膜と熱力学, 2014 音速の導出, 2013 オーロラなど)もあるが、丁寧に誘導されているので、このような問題の方がむしろ解きやすい。
- 問題内容は多岐にわたる。偏って多く出題されている項目はほとんどない(力学に限らずばねを用いた題材がやや多いくらい)。内容は素直であり良問が多い。
- 物理的には複雑ではないが、計算が面倒な問題が多い。何の文字をどの式に代入すればよいのかといった方針をきちんと立てないと、計算途中で混乱してしまうだろう(とくに、添え字に注意する必要がある)。
- 原子分野については2020(炭素年代測定法), 19(水素原子の光の放出・吸収), 18(ラジウムの放射性崩壊), 17(コンプトン効果), 16(光電効果)が出ている。内容・レベルは基本的。
- IIの出題は力学が多い
(2021 気体分子運動論 20 斜面上でのばね+2物体 19 衛星の運動 18 単振動 17 コンデンサー
16 自由に動く台と小球の衝突 15 円運動 14 振り子の衝突 13 単振動+滑車 12 衛星の運動
11 電磁誘導 10 コンデンサー 09 摩擦+単振動)

【これから何をすべき?】

- この1年間で解いた問題をもう一度見直そう(間違えた問題を中心に)。授業で扱った問題や問題集の問題、受けた模試の問題を完答できるでしょうか。完答できないのであれば、一度以上解いたにもかかわらず解き切れないのはなぜでしょうか。何が足りないのでしょうか。物理法則をすっかり忘れていたのか、それは覚えていたが適切な法則を適用できなかったのか、そうであればなぜなのか・どうすれば次回は適切に適用できるか、問題文が何を言っているのかがそもそも分からないのか、計算ミスなのか、…などについて、短時間でいいから考えてみましょう。ただ漫然と問題をこなすよりずっと有益だと思います。順天堂大の問題はほぼ標準レベルです。ただし、時間的に余裕はないと思われるので、完答は難しいでしょう。そうであればどうすればよいのか? 正答率を高めるしかないでしょう。標準的な問題をきっちり解いて正解を重ねていく。(ひとつのモデルとして)全体の80%を解いて、正答率を90%にすれば、得点率72%になります。これだけあれば物理に関して言えば十分合格圏内でしょう(物理がそれほど得意でない人は、全体の80%を解いて正答率を80%にする。それで得点率は64%になります)。これを実現させるためには、上記の繰り返しになりますが、今まで解いた問題をもう一度見直し、物理法則や物理的思考を定着させることが何よりも重要です。

※見ておきたい項目をいくつか挙げておきます(あくまでも参考程度にしてください)

■力学

○ばね+2物体の落下運動 ○コリオリ力(出題された場合は丁寧に誘導がつくはず) ○円運動

■熱力学

○微小変化の状態方程式

■波動

○ホイヘンスの原理 ○ドップラー効果と波長 ○凹・凸面鏡 ○ロイドの鏡

■電磁気

○ガウスの法則 ○コンデンサー極板の単振動 ○ベータトロン(誘導電場) ○コイルの磁気エネルギーの導出

■原子

○ミリカンの油滴実験 ○フランク・ヘルツの実験 ○X線の発生

1 図1および図2に示すように、一定の角速度で左回りに回転することができる円盤(半径 R)が、静止した地上に水平に置かれている。その中心 O から距離 $\frac{R}{2}$ の円盤上の位置を、図1では地点 A 、図2では地点 B とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 図1の拡大図に示すように、地点 A に円筒状の容器を円盤の半径の向きに固定した。この容器の内部に質量を無視できるばねを設置し、その一端を容器に固定し他端に質量 m の小球をつないだ。この容器のため小球は円盤の半径の方向にのみ動くことができる。角速度 ω で円盤を回転させたとき、ばねは自然の長さから L_1 だけ伸びてつりあった。ここで、ばねの長さおよび小球の大きさは円盤の半径に比べて十分に小さく、また、容器内壁と小球の間の摩擦は無視できるとする。

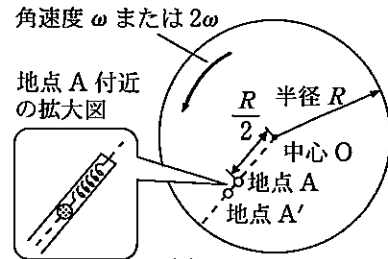


図1

- (a) このばねのばね定数 k を求めよ。
 (b) 角速度を 2ω に変えると、ばねは自然の長さから L_2 だけ伸びてつりあった。このとき、 L_2 を求めよ。
 (c) 角速度を ω にもどし、この(ばねおよび小球を含む)円筒容器を円盤中心 O から距離 $\frac{2R}{3}$ の地点 A' に移動したところ、ばねは自然の長さから L_3 だけ伸びてつりあった。このとき、 L_3 を求めよ。

(2) 図2に示すように、角速度 ω で回転する円盤上の運動を、観測者 S は円盤上で、観測者 T は円盤の外(静止した地上)で観測している。地点 B において、小球が、円盤上で半径方向の外側に向かって $v_s = \frac{R\omega}{2}$ の速度で発射された。ただし、この初速度 v_s は、円盤上の観測者 S から見た速度である。中心 O と地点 B を結ぶ線上にある円盤端を地点 P 、小球が到達する円盤端を地点 Q とする。また、小球が発射された瞬間における円盤上の地点 P に対応する地上の位置を P_0 とする。ここで、小球の大きさは円盤の半径に比べて十分に小さく、また、円盤面と小球の間の摩擦は無視できるとする。

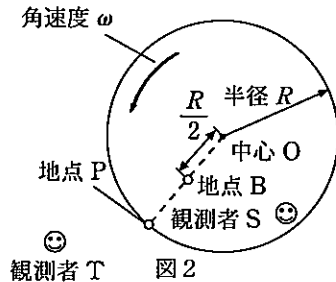


図2

- (a) 観測者 T から見た小球の初速度の大きさ v_T を求めよ。
 (b) 小球が発射されてから円盤端 Q に達するまでに要する時間 t を求めよ。
 (c) 上記(b)で得た時間 t の間に、観測者 T から見た地点 P の移動距離 D_1 を求めよ。
 (d) 地点 P_0 と地点 Q の間の円盤端にそう距離 D_2 を求めよ。ここで、必要ならば、 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}-1}{4}$ を満たす角度 α [rad] を用いよ。
 (e) 上記の(c)および(d)で得た結果を用いることにより、小球が到達する円盤端 Q が円盤上の地点 P に対してどのような位置になるか答えよ。ここで、必要ならば、 $\sqrt{7} \approx 2.65$ および上記(d)で与えた角度 α が約 0.424 radであることを用いよ。

2 以下の問題の解答を記せ。

- (1) 質量 M 、半径 R の球状の天体の表面に、質量 m の質点 P が静止している。 P にはたらく重力の大きさは、天体のすべての質量がその中心に集中してるとしたときの重力の大きさに一致する。重力定数(万有引力定数)を G とすると、その大きさ f はいくらか。
 (2) 質点 P を重力に逆らって、半径方向に R から R_1 へ遠ざけるに要する仕事 ΔW_1 を求めよ。ただし、 $R_1 - R$ は R に比べて十分小さく、かつ移動の間 P にはたらく重力の大きさは一定で、その値は R と R_1 における重力の大きさの相乗平均(a と b を正の数としたときの \sqrt{ab}) とする。
 (3) 以下、同様の条件のもとで P を、 $R \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_3 \rightarrow \dots \rightarrow R_N$ のように半径方向に遠ざけたとき、
 $R \rightarrow R_1$ に対応する仕事 ΔW_1
 $R_1 \rightarrow R_2$ に対応する仕事 ΔW_2

 $R_{N-1} \rightarrow R_N$ に対応する仕事 ΔW_N
 をそれぞれ求め、次にこれらの仕事の総和 $\Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_N$ を求めよう。
 (a) $\Delta W_1, \Delta W_2, \dots, \Delta W_N$ を求めよ。
 (b) $\Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_N$ を求めよ。
 (4) 質点 P を、この天体の表面から無限遠まで遠ざけるのに要する仕事を求めよ。

- (5) 質点 P を、この天体の表面から無限遠へ打ち出す初速度の最小値を、脱出速度という。その大きさ v_0 を求めよ。
- (6) 上の式で M を一定に保ったまま R を小さくすると、 v_0 は大きくなる。 M が与えられたとき、 $R \rightarrow R_g$ としたときに $v_0 \rightarrow c$ (光速) となる R_g が存在する。 R_g を M, G, c で表せ。これをブラックホールのシュヴァルツシルト半径という。

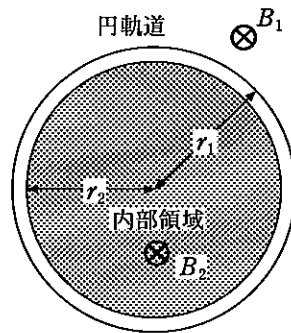
3 電子の加速器として医療に使われているベータトロンのおくみについて述べた次の文章の空欄 ア \sim ケ \sim を埋め、次の問い(1)・(2)に答えよ。なお、単位のついている空欄には数式が、それ以外の空欄には言葉が入る。また、電子の質量は m [kg]、電荷は $-e$ [C] とせよ。

閉じた1巻きのコイルを貫く磁束が変化すると、電磁誘導の法則によりコイルに誘導起電力が発生する。誘導起電力(電圧)をコイルの周の長さでわるとコイルの導線内の電場が得られ、この電場は誘導電場とよばれる。じつは導線がなくても導線のあった空間には同じ誘導電場が発生しており、ベータトロンはこの誘導電場を使って電子を加速する。実際の装置ではドーナツ状の真空にした管の中で電子に円運動をさせながら加速する。この電子の円軌道が、閉じた1巻きのコイルと同じはたらきをする。

図のように紙面内に半径 r_1 [m] の円軌道を設置し、また、軌道の内側に図のように半径 r_2 [m] ($r_1 > r_2$) の円形の内部領域を設置し、円軌道では磁束密度の大きさが B_1 [T] の一様な磁場が、また、内部領域では磁束密度の大きさが B_2 [T] の一様な磁場が、いずれも紙面に垂直に手前から向こうの向きに加わるようにしてある(内部領域と円軌道の間は磁場が無いものとする)。

はじめ、 $B_1 = B_2 = B_0$ (B_0 は正の定数) で、電子が円軌道を一定の速さ v [m/s] で円運動をしていた。この円運動は電子の受ける ア \sim 力によるものであり、円運動の向きは イ \sim (時計回りか反時計回りかで答えよ) である。ア \sim 力の大きさは B_0, e, v を用いて ウ \sim [N] と表され、また、円運動の向心力の大きさは m, r_1, v を用いて エ \sim [N] と表されるので、電子の運動量の大きさ p は B_0, e, r_1 を用いて オ \sim [N·s] と表される。

さて、内部領域の磁束密度の大きさを $B_2 = B_0 + bt$ (b は正の定数で t は時刻) のように増加させると、電磁誘導の法則により電子の運動を加速させる向きに大きさ E の誘導



電場が発生する。誘導電場により電子の受ける電気力の大きさは e と E を用いて カ \sim [N] と表され、また、 E は b, r_1, r_2 を用いて キ \sim [V/m] と表される。運動量の変化は力積に等しいので、短い時間 dt [s] での誘導電場による電子の運動量の大きさの増加 dp_2 は b, e, r_1, r_2, dt を用いて ク \sim [N·s] と表される。

ところで、誘導電場で加速されると電子の軌道の半径は大きくなってしまいが、円軌道の磁束密度の大きさも増加させることにより半径の増大をおさえることができる。そこで、 B_1 も $B_1 = B_0 + at$ (a は正の定数、 t は B_2 の t と同じ) のように増加させる。短い時間 dt で電子は加速されたが、 B_1 の増加のため半径 r_1 の軌道を保つことができたとする、電子の運動量の大きさの増加 dp_1 は a, e, r_1, dt を用いて ケ \sim [N·s] と表される。ここで、 $dp_1 = dp_2$ という条件が成りたてば、一定の半径の円運動を継続させながら電子を加速することができる。この条件はベータトロン条件とよばれる。

- (1) ベータトロン条件を a, b, r_1, r_2 を用いて表せ。また、 $r_1 = r_2$ のときのベータトロン条件を a, b を用いて表せ。
- (2) 磁束密度の単位 T (テスラ) を m (メートル), kg (キログラム), s (秒), A (アンペア) の中から必要なものを用いて表せ。

4 次の()の中に入れるべき適当な数式を記入せよ。解答は、[]内に記号が示されていれば、その記号のうち必要なものを用いて記せ。

図1のような、電圧 V の直流電源、電気容量 C_1 、 C_2 および C_3 のコンデンサー、自己インダクタンス L のコイル、スイッチ S_1 と S_2 を接続した回路がある。初期状態では、 S_1 と S_2 は開いており、各コンデンサーに蓄えられた電気量は0である。導線部分の電気抵抗は無視できるものとして、次の問いに答えよ。

(1) 最初に S_2 を開いたまま S_1 を閉じた。十分長い時間がたった後、 C_2 のコンデンサーに蓄えられる電気量 Q_2 は(ア) $[C_1, C_2, V]$ であり、その極板間の電位差 V_2 は(イ) $[C_1, C_2, V]$ となる。

(2) その後、 S_1 を開き S_2 を閉じたところ周期 T の電気振動が始まり、 S_2 を閉じた直後からの時間 t におけるコイルを流れる電流 $I(t)$ とコイルの誘導起電力 $V_L(t)$ は図2のようになった。この電気振動において、コイルを流れる電流が最大値 I_m となるとき、 C_3 のコンデンサーの極板間の電位差 V_3 は(ウ) $[L, C_2, C_3, Q_2]$ となり、電流の最大値 I_m は(エ) $[L, C_2, C_3, Q_2]$ である。また、 $0 \leq t < T$ の時間において、 C_3 のコンデンサーに蓄えられる電気量 q_3 が最大となるのは時刻 t が(オ) $[T]$ のときであり、電気量 q_3 の最大値は(カ) $[L, C_2, C_3, Q_2]$ である。

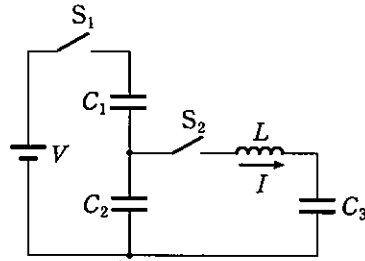


図1

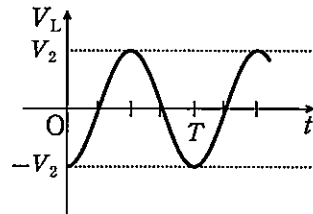
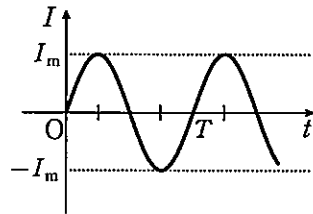
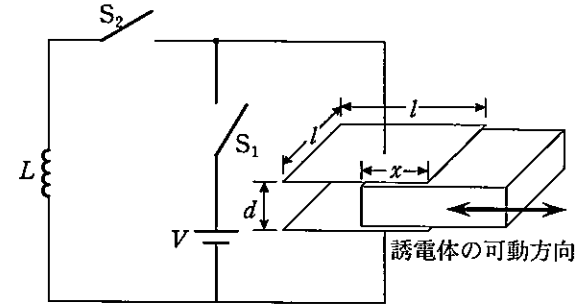


図2

5 図に示すように、コンデンサー、コイル、電池が導線でつながれ、2個のスイッチが取り付けられた回路がある。この回路は真空中にあり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。コンデンサーは、一辺の長さが l の正方形の極板2枚が平行に距離 d だけ離して作られている。



極板間には、極板と同じ大きさの上下面をもつ誘電体が、上下のすき間なく、両端を極板にそろえて、図の矢印の可動方向に、なめらかに出し入れできるようになっている。誘電体の誘電率は ϵ (比誘電率は ϵ/ϵ_0) である。また、誘電体を挿入した部分の長さは x で、極板間の距離 d は l に比べて十分小さいものとする。最初、スイッチ S_1 、 S_2 はいずれも開いた状態にあり、コンデンサーは誘電体が完全に引き出された状態 ($x=0$) にあって、かつ帯電はしていない。電池の起電力を V 、コイルの自己インダクタンスを L として、以下の問いに答えよ。ただし、導線、電池、コイルの抵抗は無視できるものとする。解答は、指定のないかぎり、 $l, d, x, V, L, \epsilon_0, \epsilon$ のうち必要なものを用いて表せ。

- (1) スwitch S_1 を閉じたとき、コンデンサーにたくわえられる電荷 Q_0 を求めよ。
- (2) スwitch S_1 を閉じたまま、誘電体を長さ x だけ挿入し固定した。このときコンデンサーにたくわえられるエネルギー E を求めよ。ただし、 x は d に比べて十分大きいものとする。
- (3) 誘電体を極板間に完全に挿入し ($x=l$) 固定した。この状態でスitch S_1 を開き、次にスitch S_2 を閉じた。このとき、コンデンサーとコイルからなる回路では、電流が周期的に変化する電気振動が発生する。電気振動の固有周波数 (固有振動数) f を求めよ。ただし、コンデンサーの電気容量は C とせよ。
- (4) 電気振動において、コンデンサーおよびコイルそれぞれにたくわえられるエネルギーを考察することにより、電流の最大値 I_M を求めよ。ただし、コンデンサーの電気容量は C とせよ。
- (5) 電流が最大になった瞬間に、コンデンサーから誘電体を完全に引き抜いた。引き抜く前の電気振動におけるコンデンサーにかかる電圧の最大値を V_a とし、引き抜いた後での電気振動におけるコンデンサーにかかる電圧の最大値を V_b としたとき、比

$\frac{V_a}{V_b}$ を求めよ。解答は、 ε_0 、 ε を用いて表せ。

6 図1のように下方に開放部がある容器が液体の上に配置されており、容器内の上方には理想気体が封入されている。この容器は熱を通し、理想気体、液体および外気の温度は同じであり、当初はセルシウス温度 θ_1 に保たれている。また外気の圧力は常に大気圧 P であるものとする。ここで、容器の断面積を S 、重力加速度の大きさを g 、液体の密度を ρ とする。容器の変形、厚み、質量、気体の液体への溶解、および液体の蒸発はいずれも無視できるとし、液体の容積は十分大きいとする。また容器の頂部の面は常に水平に保たれている。

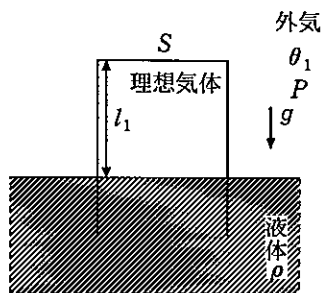


図1

(1) 理想気体は温度が一定のとき、圧力と体積の積が一定値をとることが知られている。この法則名を答えよ。

(2) 図1のように、容器内外の液面の水位が同じ状態では、容器内の気圧は大気圧 P に等しい。このとき、容器内の液面と頂部間の距離は l_1 であった。次に図2のように質量 M のおもりを容器の上に静かに置いて十分に時間が経過したとき、容器内の液面と頂部間の距離が l_2 であったとする。このとき(1)の法則を用いることによって、大気圧 P を l_1 、 l_2 、 M 、 g および S で答えよ。

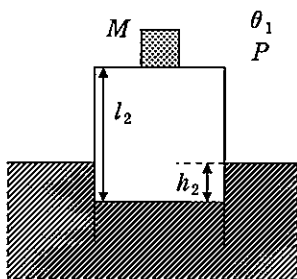


図2

(3) 図2のとき、容器内の液面の高さは外より h_2 だけ低かった。このとき h_2 を M 、 S および ρ で答え

よ。

(4) 次に容器を図1の状態からゆっくり上方に引き上げる。図3のように容器の頂部と液面間の距離が l_3 になったとき液面の高さは外より h_3 だけ高くなった。再び(1)の法則を用いることによって、 h_3 を l_1 、 l_3 、 ρ 、 P および g で答えよ。

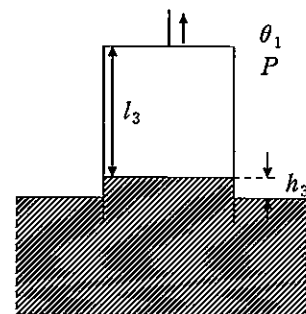


図3

(5) 理想気体は圧力が一定のとき、体積と絶対温度が比例することが知られている。この法則名を答えよ。

(6) これまでは外気の温度がセルシウス温度 θ_1 であった。図2の状態でおもりを置いたまま、外気の温度を図4のようにセルシウス温度 θ_4 に上げて十分に時間を経過させたところ、容器の頂部と液面間の距離は l_4 となった。(5)の法則を考慮し、 l_4 は l_2 に比べて大きい、小さい、等しいかを答えよ。また、容器内外の液面の高低差 h_4 は h_2 に比べて大きくなるか、小さくなるか、等しいかを答えよ。

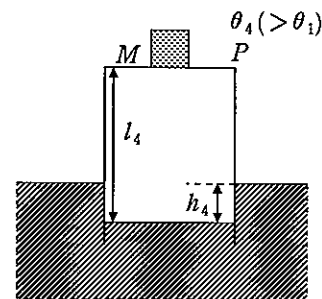


図4

(7) 絶対零度をセルシウス温度で表した値を θ_0 とする。(5)の法則を用いることによって、 θ_0 を l_2 、 l_4 、 θ_1 および θ_4 で答えよ。

7 図1のような半径 r の変形しない球形容器の中に、1 mol の単原子分子からなる理想気体が入っている。気体分子は容器の内壁と弾性衝突を行い、気体分子どうしの衝突はないものとする。また、容器の内壁はなめらかであり、気体分子に対する重力の影響は無視できるものとする。弾性衝突する各気体分子は球の中心を含むそれぞれの平面内を、図2のように運動する。以下、球形容器の中の気体分子の圧力、温度ならびに内部エネルギーを考える。アボガドロ定数を N_A 、気体定数を R とする。円周率を π とする。

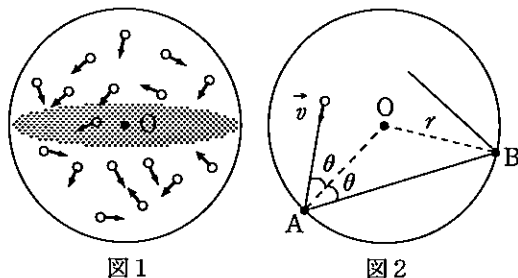


図1

図2

[A] 図2のように、質量 m の1個の分子が速度 \vec{v} (大きさ v) で、内壁上の点 A において、球の中心 O と結ばれた線分 OA と θ の角をなして衝突する。その後、内壁上の点 B で2回目の衝突をした後、同様の衝突をくり返すとする。次の問いに答えよ。なお、 r, m, v, θ の中から必要な記号を用いて表せ。

- (1) 点 A での衝突で、分子が内壁に与える力積の大きさを求めよ。
- (2) 1回目と2回目の衝突の間に分子が移動した距離を求めよ。
- (3) 単位時間当たりこの分子が衝突する回数を求めよ。
- (4) 球形容器の内壁がこの1個の分子から単位時間当たり受ける力積の大きさを求めよ。

[B] 次に1 mol の分子の場合を考える。すべての分子についても図1のような球形容器との衝突を考えればよい。しかし、実際には、速度 \vec{v} の大きさや向きは分子によって異なるので、1 mol の分子について考えるときは、 v^2 を平均値 $\overline{v^2}$ で置き換える必要がある。次の問いに答えよ。

- (5) (4) で与えられた単位時間当たりの力積をすべての分子について足し合わせたものは、内壁が受ける力の大きさの総和になる。これを球形容器の内壁の面積で割ることで圧力 p が求められる。圧力 p を $r, m, N_A, \overline{v^2}, \pi$ の中から必要な記号を用いて求めよ。
- (6) 理想気体の状態方程式を用いることにより、気体分子1個当たりの平均運動エネルギー $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ を絶対温度 T を含んだ式で表せ。 r, N_A, R, T, π の中から必要な記号を用いて表せ。
- (7) 球形容器中の理想気体の内部エネルギー U を求めよ。 r, N_A, R, T, π の中から

必要な記号を用いて表せ。

[C] (7) まで考えてきた球形容器中の1 mol の理想気体に熱量 Q を加えた場合を考える。

- (8) 理想気体の圧力変化 Δp を求めよ。なお、 r, N_A, R, Q, π の中から必要な記号を用いて表せ。ただし、熱は容器から外へ移動しないものとする。

次に図3のように、1 mol の単原子

分子からなる理想気体が閉じ込められた体積不変の球形容器 A を円筒容器 B と栓のついた細い管を介してつなげた。

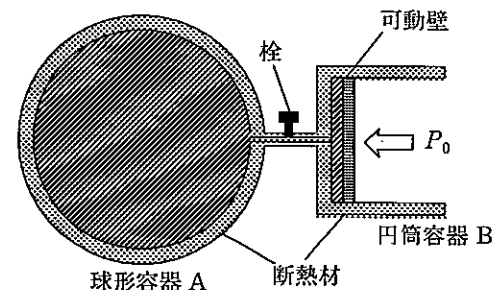
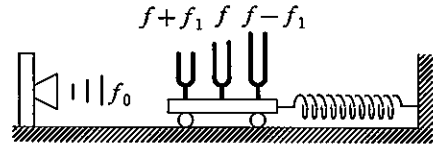


図3

- [D] 栓が閉じた状態での球形容器の中の圧力は P であり、容器 B の可動壁 (断面積 S) の左側には気体は存在しない。栓を徐々に開けていくと、容器 B 中の可動壁がゆっくり右側に移動し、ある所で静止した。容器 B の可動壁は右側より大気圧 P_0 で押されており、常に容器 B 中の気体の圧力とつりあっているものとする。球形容器 A の容積を V として、容器 B 中を可動壁が移動した距離を L とする。ただし、容器 B の可動壁は、容器 B の円筒の内壁と垂直であり、内壁にそってなめらかに動くものとする。また、可動壁を含む装置全体は断熱材でおおわれており、外部との熱のやり取りはないものとする。容器 A と容器 B の間の細い管の容積はないものとする。
- (9) 気体の絶対温度の変化量 (可動壁が移動し静止した後の気体の絶対温度と移動前の気体の絶対温度の差) を、 P_0, S, L, R を用いて表せ。
- (10) 容器 B 中を可動壁が移動した距離 L を P, P_0, S, V を用いて表せ。

8 図のように音源と小さな台車がなめらかな床の上においてあり、音源は一定の周波数(振動数) f_0 の音を発している。台車の右端と壁の間には軽いばねが取り付けられてあり、台車には固有振動数が f , $f+f_1$, $f-f_1$ ($f_1 > 0$) の3つのおんさが乗せてある。最初の状態では、台車がばねの自然長の状態に静止しており、3つのおんさはどれも共鳴していない。音の速さを V とする。



- (1) 台車を距離 l だけ左にそっと引っ張って、時刻 $t=0$ で手を離したところ、台車は水平方向に角振動数 ω でゆっくりと単振動を始めた。台車の速度(右向きを正とする)が最大値 ωl になるときに、台車の上に乗っている観測者には音源の振動数が ア $\times f_0$ として聞こえる。また、台車上の観測者が聞く音源の振動数の最大値と最小値の差は イ $\times f_0$ である。
- (2) l を 0 から少しずつ増やして上の実験をくり返した。すると、台車が左へ動いている間に、初めての共鳴が固有振動数 $f-f_1$ のおんさで観測された。共鳴が観測された時刻は $t = \text{ウ}$ である。また、 $f-f_1$ をこのときの l の値を使って表すと エ $\times f_0$ となる。
- (3) 手を離してから台車が1周期動く間に、3つのおんさすべてが共鳴を起こす条件は、 $f+f_1 \leq \text{オ}$ $\times f_0$ である。この場合、固有振動数 f のおんさが時刻 t_1 で初めて共鳴を起こし、その後、固有振動数 $f+f_1$ のおんさが時刻 t_2 で共鳴を起こすのが観測されたとすると、 f_1 は カ $\times f_0$ と表される。さらに、固有振動数 f のおんさが時刻 t_3 でふたたび共鳴したとすると、 $t_3 = \text{キ}$ である。

ア , イ , エ , オ の選択肢

- ① $\frac{V+\omega l}{V}$ ② $\frac{V-\omega l}{V}$ ③ $\frac{\omega l}{V}$ ④ $\frac{2\omega l}{V}$ ⑤ $\frac{\omega l}{2V}$
 ⑥ $\frac{V}{V+\omega l}$ ⑦ $\frac{V}{V-\omega l}$ ⑧ $\frac{V+\omega l}{V-\omega l}$ ⑨ $\frac{V-\omega l}{V+\omega l}$ ⑩ $\frac{\omega l}{V+\omega l}$
 ⑪ $\frac{\omega l}{V-\omega l}$ ⑫ $\frac{2\omega l}{V+\omega l}$ ⑬ $\frac{2\omega l}{V-\omega l}$

ウ の選択肢

- ① $\frac{\pi}{4\omega}$ ② $\frac{\pi}{2\omega}$ ③ $\frac{3\pi}{4\omega}$ ④ $\frac{\pi}{\omega}$ ⑤ $\frac{5\pi}{4\omega}$ ⑥ $\frac{3\pi}{2\omega}$ ⑦ $\frac{7\pi}{4\omega}$

カ の選択肢

- ① $\frac{(\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1)\omega l}{V}$ ② $\frac{(\cos \omega t_2 - \cos \omega t_1)\omega l}{V}$
 ③ $\frac{(\sin \omega t_1 - \sin \omega t_2)\omega l}{V}$ ④ $\frac{(\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2)\omega l}{V}$
 ⑤ $\frac{(\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1)V}{\omega l}$ ⑥ $\frac{(\cos \omega t_2 - \cos \omega t_1)V}{\omega l}$
 ⑦ $\frac{V}{(\sin \omega t_2 - \sin \omega t_1)\omega l}$ ⑧ $\frac{V}{(\cos \omega t_2 - \cos \omega t_1)\omega l}$

キ の選択肢

- ① $\frac{\pi}{\omega} + t_1$ ② $\frac{\pi}{\omega} - t_1$ ③ $\frac{2\pi}{\omega} + t_1$ ④ $\frac{2\pi}{\omega} - t_1$
 ⑤ $\frac{3\pi}{\omega} + t_1$ ⑥ $\frac{3\pi}{\omega} - t_1$ ⑦ $\frac{4\pi}{\omega} + t_1$ ⑧ $\frac{4\pi}{\omega} - t_1$

9 19世紀末から20世紀はじめ、電荷にはもはやそれ以上細かくできない「基本単位」が存在すると考えられるようになってきた。ミリカンは油滴実験とよばれる有名な実験によってこの説を初めて明確に証明し、1923年のノーベル物理学賞を受賞した。実験の原理は次に述べるように高校物理の知識で理解できる。次の「ア」～「カ」には適切な数式を記入せよ。「a」には選択肢より適切なものを選べ。

[A] 密度 ρ [kg/m³] の小さい球にはたらく力を考えよう。球の半径を a [m]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とするならば球に作用する重力の大きさは「ア」 [N] である。空气中を動く物体が速度の逆向きに抵抗力を受けることは経験からもわかる。小さい球の場合、抵抗力の大きさ F は球の半径 a と速さ w [m/s] に比例することが知られており、ある定数 μ を使って $F=6\pi\mu aw$ [N] と表される。 μ [N·s/m²] は空気の流れにくさを表す「粘性係数」とよばれる定数でその値はよく知られている。

空气中を落下する小さい球の場合、加速度は抵抗力によってただちに減少し、最終的に球は「終端の速さ」とよばれる一定の速さ $W=$ 「イ」 [m/s] で落下する。逆にみれば、終端の速さ W を測定すれば、直接に測定できない半径が $a=$ 「ウ」 [m] のように実験データから決定できる。

[B] ミリカンは弟子のフレッチャーと図1に示すような装置を用いて次のような実験を行った。油を噴霧器から霧のように吹き出して空气中に小さい油滴をたくさんつくった。小さい油滴は表面張力のために球になる。油

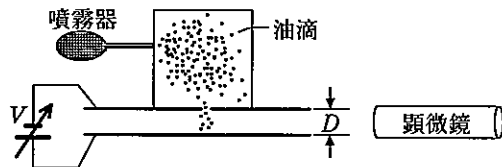


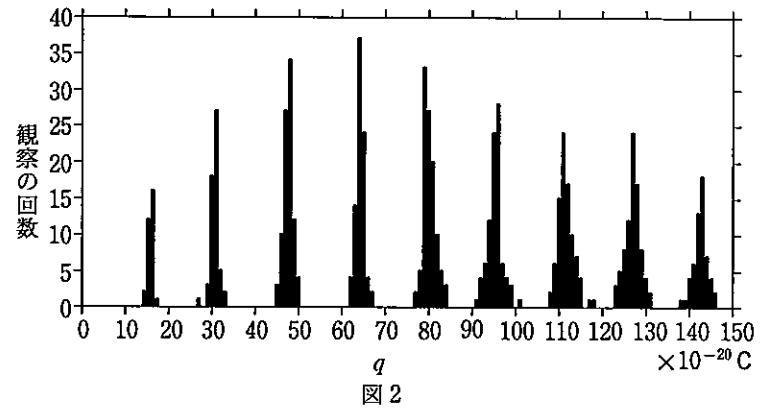
図1

滴には重力と[A]で考えたような抵抗力が作用する。[A]と同じように、油滴半径を a 、密度を ρ としよう。このような球状油滴が落下して図1の距離 D [m] 離れた2枚の水平な電極板にはさまれた空間に入ったあと、油滴はX線で照射され、正または負に帯電した。この電荷を q [C] としよう。2枚の電極板には電位差 V [V] が加えられ油滴の鉛直方向の運動を顕微鏡で観察する。 D が電極板の大きさに比べ十分小さいならば、2枚の電極板の間につくられる電場が油滴に及ぼす力の大きさは「エ」 [N] である。決定したいのは q の大きさであり、そのためにさまざまな方法が考えられる。正確さは欠くが、最も簡単な方法は次のようなものである。

まず $V=0$ にして、ゆっくり落下してゆく油滴に目をつける。次に電位差 V を与え、油滴が停止するように電位差を調整する。停止した電位差を V_0 [V] とすると電荷

q [C] は a 、 ρ 、 V_0 、 D 等を使って $q=$ 「オ」 [C] と表される。一方、油滴の半径は、電位差を $V=0$ にしておいて、[A] で述べたように終端の速さ W を測定すれば決定できる (W は顕微鏡を使って測定できる)。測定できる量によって油滴の電荷を表すと $q=$ 「カ」 [C] となって q が実験データから計算できる。

何度も q を測定する実験をくり返し、電荷 q とそれが観測された回数を棒グラフで表すと図2が得られた。もし電荷に「基本単位」があれば、 q は基本単位の整数倍の値をもつはずである。このことを考慮するとグラフから電荷の基本単位はおおよそ「a」 $\times 10^{-20}$ C と読みとれる。



「a」の選択肢

- ① 5 ② 15 ③ 30 ④ 50 ⑤ 110 ⑥ 140

10 以下の文章において、空欄(ア)~(ク)を式で、(ケ)を有効数字2桁の数値で、(コ)を10文字以内の言葉でそれぞれ埋めよ。ただし、(ア)~(ク)においては、電子の電荷を $-e$ とせよ。また、(ケ)においては、 $e=1.6 \times 10^{-19}$ (C)、プランク定数 $h=6.6 \times 10^{-34}$ (J·s)、光の速さ $c=3.0 \times 10^8$ (m/s)を用いよ。

質量 M の原子と質量 m の電子の衝突を、直線運動として考える。静止した原子に電子が速さ v で正面衝突して、原子内部に E のエネルギーを与え、電子は v' の速さで衝突前と逆向きにはね返され、原子は V_M の速さで動き出すとする。衝突の前後で運動量が保存することから、 の関係式が成り立つ。原子内部に与えたエネルギーを考慮すると、エネルギー保存則から、 の関係式も成り立つ。

V_M の値が最大になるのは、電子が原子内部にエネルギーを与えない場合 ($E=0$) であるから、 V_M の可能な最大値は、 M と m のみを用いて、 v の 倍と表される。また、このとき衝突後の原子の最大運動エネルギーは、 M と m のみを用いて、衝突前の電子の運動エネルギー E_0 の 倍と表される。一般に m は M に比べて非常に小さいので、衝突後の原子の運動エネルギーは無視できることがわかる。このことは、直線運動でない一般的な衝突においても成立する。

さて、実際の原子では、とり得る内部エネルギーの値はとびとびである。1番エネルギーの低い状態(エネルギー E_0)を基底状態、次にエネルギーの低い状態(エネルギー E_1)を励起状態とよぶ。電子の衝突によって、基底状態にある原子を励起状態にするためには、電子のエネルギー E_0 は の不等式を満たさなければならない。

原子の内部エネルギー状態を実験的に観測するために、図1のような実験装置を考えた。図で、陰極 C から出た電子は、陰極 C と格子状の加速電極 G との間にかけた電圧 V_G で加速され、管内に満たされた水銀蒸気の中を通過する。電子が電極 G の位置に到達するまでに、電子は複数回水銀原子と衝突するように、水銀蒸気の圧力が調節されて

いる。さらに、陽極 P と電極 G の間には、電子の進行を妨げる向きに一定の電圧 V_P

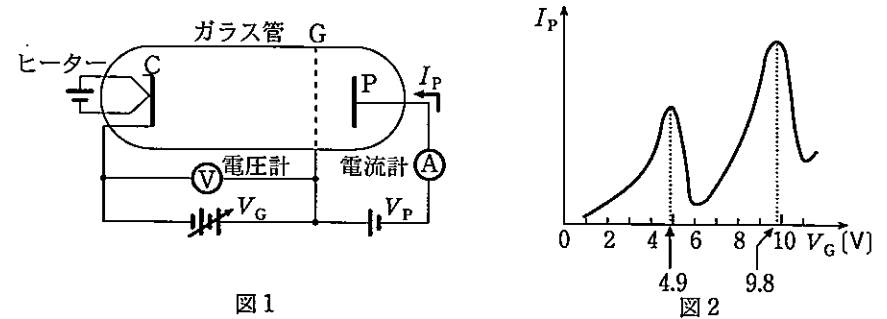


図1

図2

(0.5 V 程度) がかけられ、陽極 P に到達する電子による電流 I_P が電流計で測定される。

加速電圧 V_G を 0 から次第に増加させ、 $V_G > V_P$ になると、電子は次第に陽極 P に集まるようになる。最初のうちは、電子が途中で水銀原子に衝突しても水銀原子を励起できないので、電極 G の位置まで進行した電子のエネルギー E_0 は、 である。

さらに V_G を増加させて E_0 が(オ)の条件を満たすようになると、衝突によって水銀原子を励起したのちの電子のエネルギーは E' に下がり、その差 $E_0 - E'$ は である。GP 間の減速効果を考えると、 V_P と E' の間に の関係が成り立つ場合には、その電子は陽極 P に到達できない。このため、 I_P は減少しはじめ、 $I_P - V_G$ 曲線には極大が現れる。さらに V_G を増加させると、再び電子は陽極 P に到達し、 I_P は増加する。

実験の結果、図2のように $V_G=4.9$ (V) と 9.8 V で I_P が極大をもつ曲線が得られた。さらに、 $V_G=4.9$ (V) を越えると、水銀蒸気から波長が m である紫外線の発生が観測された。 I_P の第二の極大については、それが $V_G=9.8$ (V) で現れることから、電子が進行中に水銀原子を ために生じたと説明できる。このようにして、水銀原子がとびとびのエネルギー状態をもつことが確認された。

- 1 解答 (1) (a) $\frac{mR\omega^2}{2L_1}$ (b) $4L_1$ (c) $\frac{4}{3}L_1$
 (2) (a) $\frac{R\omega}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{7}-1}{2\omega}$ (c) $\frac{\sqrt{7}-1}{2}R$ (d) $R\alpha$
 (e) 地点Pより円盤端にそって回転の向きとは逆向きに、 $0.401R$ だけ進んだ位置

(1) (a) 小球にはたらくばねの弾性力が向心力となって等速円運動をしているから、小球の運動方程式は

$$m\frac{R}{2}\omega^2 = kL_1 \quad \text{よって} \quad k = \frac{mR\omega^2}{2L_1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(b) (a)と同様にして

$$m\frac{R}{2}(2\omega)^2 = kL_2 \quad \text{よって} \quad L_2 = \frac{2mR\omega^2}{k}$$

$$\textcircled{1} \text{式を用いて} \quad L_2 = 2mR\omega^2 \cdot \frac{2L_1}{mR\omega^2} = 4L_1$$

(c) (b)と同様にして $m\frac{2R}{3}\omega^2 = kL_3$

$$\text{よって} \quad L_3 = \frac{2mR\omega^2}{3k} = \frac{2mR\omega^2}{3} \cdot \frac{2L_1}{mR\omega^2} = \frac{4}{3}L_1$$

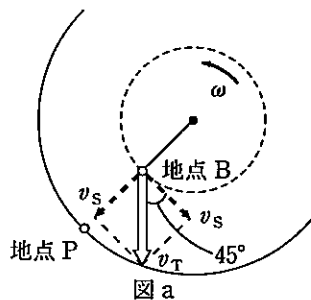
(2) (a) 観測者Tから見た小球の初速度の回転方向の成分は「 $v = r\omega$ 」より

$$\frac{R}{2}\omega = v_s$$

となる。よって、 v_T は速度の合成をして(図a)

$$v_T = \sqrt{2}v_s = \frac{R\omega}{\sqrt{2}}$$

(b) 小球が円板上を進む距離を x とすると、図bからわかるように



$$R^2 = \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{R}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{R}{\sqrt{2}}x + \frac{R^2}{4}$$

両辺に4をかけて x について整理すると

$$4x^2 + 2\sqrt{2}Rx - 3R^2 = 0$$

これを解いて x を求めると

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2\sqrt{2}}R$$

$$x > 0 \quad \text{だから} \quad x = \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}R$$

よって、求める時間 t は

$$t = \frac{x}{v_T} = \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}R \cdot \frac{\sqrt{2}}{R\omega} = \frac{\sqrt{7}-1}{2\omega}$$

(c) 小球が円板端Qに到達する間に、円板は角度 ωt だけ回転しているから

$$D_1 = R\omega t = R\omega \frac{\sqrt{7}-1}{2\omega} = \frac{\sqrt{7}-1}{2}R$$

(d) 図bにおいて $\angle QOP_0 = \phi$ とすると

$$\sin \phi = \frac{x}{R} = \frac{\frac{\sqrt{7}-1}{4}R}{R} = \frac{\sqrt{7}-1}{4}$$

よって $\phi = \alpha$ であることがわかる。ゆえに $D_2 = R\alpha$

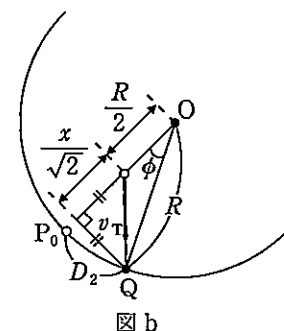
(e) (c)と(d)の結果より

$$D_1 = \frac{\sqrt{7}-1}{2}R \doteq \frac{2.65-1}{2}R = 0.825R$$

$$D_2 = R\alpha \doteq 0.424R$$

よって $D_1 - D_2 \doteq 0.401R$

ゆえに、円盤端Qは、地点Pより円盤端にそって回転の向きとは逆向きに、 $0.401R$ だけ進んだ位置になる。



2 解答 (1) $\frac{GMm}{R^2}$ (2) $GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$

(3) (a) $AW_1 : GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$

$$\Delta W_2 : GMm \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

⋮

$$\Delta W_N : GMm \left(\frac{1}{R_{N-1}} - \frac{1}{R_N} \right)$$

(b) $GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_N} \right)$

(4) $\frac{GMm}{R}$ (5) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ (6) $\frac{2GM}{c^2}$

(1) $f = G \frac{Mm}{R^2}$

(2) $f_0 = G \frac{Mm}{R^2}, f_1 = G \frac{Mm}{R_1^2}$

$$\bar{f} = \sqrt{f_0 f_1} = \sqrt{\frac{(GMm)^2}{R^2 R_1^2}} = \frac{GMm}{RR_1}$$

$$\Delta W_1 = \bar{f} \cdot (R_1 - R) = \frac{GMm}{RR_1} (R_1 - R) = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right)$$

(3) (a) (2) より $\Delta W_1 = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right)$

同様に $\Delta W_2 = GMm \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

⋮

$$\Delta W_N = GMm \left(\frac{1}{R_{N-1}} - \frac{1}{R_N} \right)$$

(b) $\Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_N = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_N} \right)$

(4) $R_N \rightarrow \infty$ のとき $\frac{1}{R_N} \rightarrow 0$ より, (3)(b) は $GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_N} \right) \rightarrow \frac{GMm}{R}$

(5) 無限遠に達するまでに, 天体表面での運動エネルギーが (4) の仕事に変わるから

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{GMm}{R} \quad \text{ゆえに} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

(6) $c = \sqrt{\frac{2GM}{R_g}}$ より $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

3 [解答] (ア) ローレンツ (イ) 時計回り (ウ) evB_0 (エ) $m \frac{v^2}{r_1}$

(オ) $eB_0 r_1$ (カ) eE (キ) $\frac{br_2^2}{2r_1}$ (ク) $e \frac{br_2^2}{2r_1} \Delta t$ (ケ) $ear_1 \Delta t$

(1) $ar_1^2 = \frac{1}{2} br_2^2, r_1 = r_2$ のとき $a = \frac{1}{2} b$ (2) $\text{kg} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

(ア) 電子は, 磁場からローレンツ力を受けて円運動する。

(イ) フレミングの左手の法則より, 本問の磁場の向きで円運動をするためには, 向心力 (磁場から受ける力) が円の中心に向く必要があるため, 電流は反時計回りでないといけない。よって電子は時計回りである。

(ウ) ローレンツ力の大きさは「 $f = qvB$ 」より evB_0 [N]

(エ) 円運動の向心力の大きさは $m \frac{v^2}{r_1}$ [N]

(オ) ローレンツ力が向心力となるので $m \frac{v^2}{r_1} = evB_0$

よって $p = mv = eB_0 r_1$ [N·s]

(カ) 電場から受ける力は eE [N]

(キ) 微小時間 Δt における磁束の変化 $\Delta \Phi$ は

$$\Delta \Phi = \Delta B_2 S = [(B_0 + b(t + \Delta t)) - (B_0 + bt)] \times \pi r_2^2 = \pi b r_2^2 \Delta t$$

よって, 誘導起電力の大きさ V は, ファラデーの電磁誘導の法則「 $V = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 」より

$$V = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\pi b r_2^2 \Delta t}{\Delta t} = \pi b r_2^2$$

問題文より, V をコイルの周の長さでわったものが E に等しいので

$$E = \frac{V}{2\pi r_1} = \frac{\pi b r_2^2}{2\pi r_1} = \frac{b r_2^2}{2r_1} \text{ [V/m]}$$

(ク) 運動量の増加量は, 受けた力積に等しい。したがって

$$\Delta p_2 = eE \cdot \Delta t = e \frac{b r_2^2}{2r_1} \Delta t \text{ [N·s]}$$

(ケ) 磁束密度が $B_1 = B_0 + a \Delta t$ のときの電子の運動量 p' は, (オ) より

$$p' = e(B_0 + a \Delta t) r_1$$

であるから, 運動量の増加 Δp_1 は

$$\Delta p_1 = p' - p = e(B_0 + a \Delta t) r_1 - eB_0 r_1 = ear_1 \Delta t \text{ [N·s]}$$

(1) $\Delta p_1 = \Delta p_2$ より $ear_1 \Delta t = e \frac{br_2^2}{2r_1} \Delta t$ となるので $ar_1^2 = \frac{1}{2} br_2^2$

$r_1 = r_2$ のとき $a = \frac{1}{2} b$

(2) ファラデーの電磁誘導の法則 $[V = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}]$ を、単位だけで表すと

$$V = \frac{T \cdot m^2}{s}$$

となる。これを变形していく。

$$T = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{J/C \cdot s}{m^2} = \frac{J/A}{m^2}$$

$$= \frac{(kg \cdot m^2/s^2)/A}{m^2} = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

となる。よって $T = kg \cdot A^{-1} \cdot s^{-2}$

【参考】 式変形では以下の関係を用いた。

$$T = Wb/m^2$$

$$J = kg \cdot m^2/s^2$$

$$A = C/s$$

4 【解答】 (1) (ア) $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$ (イ) $\frac{C_1}{C_1 + C_2} V$

(2) (ウ) $\frac{Q_2}{C_2 + C_3}$ (エ) $Q_2 \sqrt{\frac{C_3}{LC_2(C_2 + C_3)}}$ (オ) $\frac{T}{2}$ (カ) $\frac{2C_3 Q_2}{C_2 + C_3}$

(1) (ア)(イ) このときの回路は図 a のようになる。 C_1, C_2 の両端の電位差を V_1, V_2 とする。直列のとき、 C_1 と C_2 の電気量が等しいことから、コンデンサーの基本式 $[Q = CV]$ より

$$C_1 V_1 = C_2 V_2$$

よって

$$V_1 : V_2 = C_2 : C_1$$

ゆえに $V_2 = V \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V$

となるので

$$Q_2 = C_2 V_2 = C_2 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} V = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V$$

(2) スイッチを切りかえた後の電流と電圧のようすは図 b のようになる ($C_2 > C_3$ の場合を例としてかいたものである)。

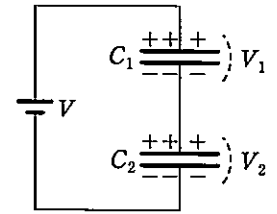


図 a

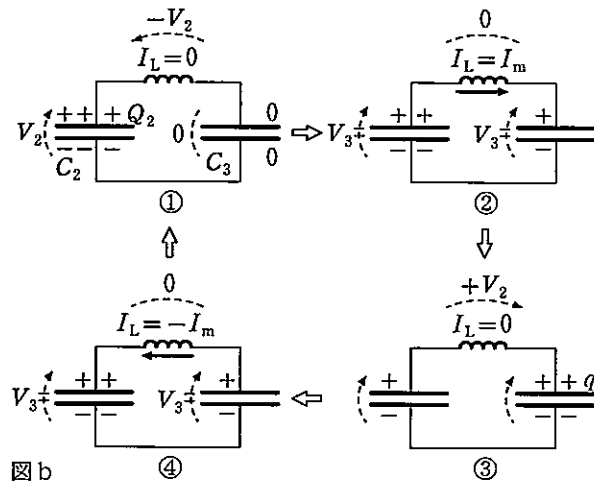


図 b

(ウ) 問題図 2 より、 $I = I_m$ [A] となると、 $V_L = 0$ V となる。これは図 b ② の状態

で、このとき C_2 , C_3 の電位差 V_3 は等しい。図 b①と②の間で電気量が保存することから

$$Q_{2①} + Q_{3①} = Q_{2②} + Q_{3②}$$

すなわち $Q_2 + 0 = C_2 V_3 + C_3 V_3$

$$\text{よって } V_3 = \frac{Q_2}{C_2 + C_3}$$

(エ) 図 b①と②の間でエネルギーが保存する。静電エネルギーの式

$[U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2]$ とコイルに蓄えられるエネルギーの式 $[U = \frac{1}{2} LI^2]$ より

$$\frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} C_2 V_3^2 + \frac{1}{2} C_3 V_3^2 + \frac{1}{2} LI_m^2$$

整理して(ウ)の答えを代入すると

$$\begin{aligned} LI_m^2 &= \frac{Q_2^2}{C_2} - (C_2 + C_3)V_3^2 \\ &= \frac{Q_2^2}{C_2} - (C_2 + C_3) \left(\frac{Q_2}{C_2 + C_3} \right)^2 \\ &= \frac{(C_2 + C_3) - C_2}{C_2(C_2 + C_3)} Q_2^2 \\ &= \frac{C_3}{C_2(C_2 + C_3)} Q_2^2 \end{aligned}$$

$$\text{よって } I_m = Q_2 \sqrt{\frac{C_3}{LC_2(C_2 + C_3)}}$$

(オ) 図 b より, q_3 が最大になるのは, C_3 の電圧が最大(すなわち V_L が正で最大)になる図 b③のときで, これはスイッチを切りかえてから $\frac{1}{2}$ 周期後である。

$$\text{よって } t = \frac{T}{2}$$

(カ) 問題図 2 の $I-t$ 図で, 時刻 $0 \sim \frac{T}{4}$ と $\frac{T}{4} \sim \frac{T}{2}$ のグラフは対称な形である。 $I-t$ 図と

横軸で囲まれる部分の面積は, その間に流れた電気量を表すので, 時刻 $\frac{T}{2}$ (図 b③)

のときの C_3 の電気量 q_3 は時刻 $\frac{T}{4}$ (図 b②) の 2 倍の値になる。

よって(ウ)の答えを用いると

$$\begin{aligned} q_3 &= 2 \times C_3 V_3 \\ &= 2C_3 \frac{Q_2}{C_2 + C_3} = \frac{2C_3 Q_2}{C_2 + C_3} \end{aligned}$$

別解 図 b③のときの C_2 , C_3 の電圧をそれぞれ V_2' , V_3' とおくと, キルヒホッフの法則 II より

$$V_2' + V_2 - V_3' = 0 \quad \dots\dots \text{①}$$

このとき C_2 には $Q_2 - q_3$, C_3 には q_3 の電気量があるので「 $Q = CV$ 」すなわち

$$[V = \frac{Q}{C}] \text{ より}$$

①式は

$$\frac{Q_2 - q_3}{C_2} + \frac{Q_2}{C_2} - \frac{q_3}{C_3} = 0$$

となる。 q_3 について整理すると

$$\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) q_3 = \frac{2Q_2}{C_2}$$

通分して

$$\frac{C_2 + C_3}{C_2 C_3} q_3 = \frac{2Q_2}{C_2}$$

$$\text{よって } q_3 = \frac{2C_3 Q_2}{C_2 + C_3}$$

5 [解答] (1) $\frac{\epsilon_0 l^2 V}{d}$ (2) $\frac{\epsilon_0 l^2 + (\epsilon - \epsilon_0) l x}{2d} \cdot V^2$ (3) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (4) $\sqrt{\frac{C}{L}} V$
 (5) $\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$

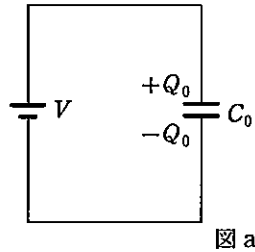
コンデンサーに誘電体を入れたときの電気振動回路を考える問題で、 $Q = CV$ 、 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ の基本的な式とともに、エネルギーの式 $U_C = \frac{1}{2} CV^2$ 、 $U_L = \frac{1}{2} LI^2$ とエネルギーの保存で分析していけばよい。

(1) 一辺の長さが l の正方形の極板をもつ平行平板コンデンサーであるから、電気容量を C_0 とおくと

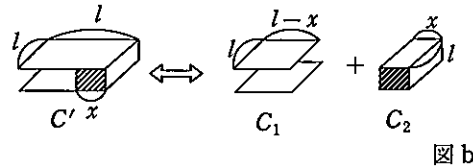
$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon_0 \frac{l^2}{d}$$

したがって $Q = CV$ より

$$Q_0 = C_0 V = \frac{\epsilon_0 l^2 V}{d}$$



(2) まず x だけ挿入したコンデンサーの電気容量 C' を求めておく。右図のように、 C' は2つのコンデンサー C_1 、 C_2 の合成コンデンサーとして扱えるので



$$C' = C_1 + C_2 = \epsilon_0 \frac{l(l-x)}{d} + \epsilon \frac{lx}{d}$$

ゆえに $C' = \frac{\epsilon_0 l^2 + (\epsilon - \epsilon_0) l x}{d}$

したがって求めるエネルギー E は $U = \frac{1}{2} CV^2$ より

$$E = \frac{\epsilon_0 l^2 + (\epsilon - \epsilon_0) l x}{2d} \cdot V^2$$

(3) LC 振動回路である。コイルとコンデンサーの端子電圧 V は等しく、流れる交流の実効値電流を I とすると

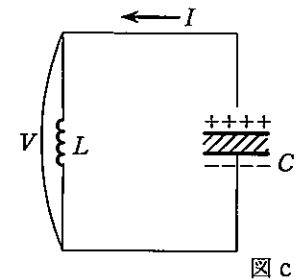
$$V = \frac{1}{2\pi f C} I, \quad V = 2\pi f L I$$

が成り立つ。

したがって $\frac{1}{2\pi f C} = 2\pi f L$

よって $2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

ゆえに $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



(4) 電流 i 、コンデンサーの端子電圧が v のとき回路のエネルギーは

$$E = \frac{1}{2} C v^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

はじめの V のとき i は 0 であるから

$$E = \frac{1}{2} C V^2$$

また、 $i = I_M$ のとき、端子電圧 v は 0 なので

$$E = \frac{1}{2} L I_M^2$$

エネルギーの保存より $\frac{1}{2} L I_M^2 = \frac{1}{2} C V^2$

よって $I_M^2 = \frac{C}{L} V^2$

ゆえに $I_M = \sqrt{\frac{C}{L}} V$

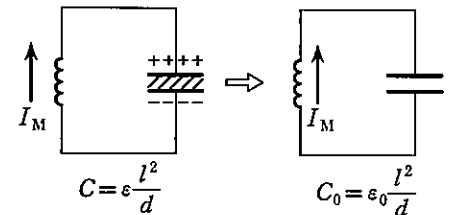
(5) はじめにコンデンサーにかかる最大電圧 V_a は、(4) より

$$V_a^2 = \frac{L}{C} I_M^2$$

よって $V_a = \sqrt{\frac{L}{C}} I_M$

コイルのはたらきにより電流は保存され、引き抜いた直後は I_M のままである。

また、引き抜いた後のコンデンサーの最大電圧は、エネルギー保存より



$$\frac{1}{2}LI_M^2 = \frac{1}{2}C_0V_b^2 \text{ であるから } V_b = \sqrt{\frac{L}{C_0}} I_M$$

$$\text{よって } \frac{V_a}{V_b} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C} I_M}}{\sqrt{\frac{L}{C_0} I_M}} = \sqrt{\frac{C_0}{C}}$$

$$\text{ここで } \frac{C_0}{C} = \frac{\epsilon_0 \frac{l^2}{d}}{l^2} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \text{ より } \frac{V_a}{V_b} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$$

- 6 [解答] (1) ボイルの法則 (2) $\frac{l_2 Mg}{S(l_1 - l_2)}$ (3) $\frac{M}{\rho S}$ (4) $\frac{P(l_3 - l_1)}{\rho g l_3}$
 (5) シャルルの法則 (6) l_4 は l_2 に比べて大きい。 h_4 は h_2 と等しい。
 (7) $\frac{l_4 \theta_1 - l_2 \theta_4}{l_4 - l_2}$

(1) ボイルの法則

(2) 質量 M のおもりを置いたとき、容器の上面での力のつりあいを考える。図2での気体の圧力を P_2 として、

$$Mg + PS = P_2 S \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また、図1と図2で、ボイルの法則を用いると

$$PSl_1 = P_2 Sl_2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①式を②式に代入して整理すれば

$$PSl_1 = (Mg + PS)l_2$$

$$\text{よって } P = \frac{l_2 Mg}{S(l_1 - l_2)}$$

(3) 液体による圧力は「 $P_{液} = \rho gh$ 」である。ここで、容器内の水面での力のつりあいは

$$P_2 S = PS + \rho gh_2 S$$

①式を代入して $Mg + PS = PS + \rho gh_2 S$

$$\text{よって } h_2 = \frac{M}{\rho S}$$

(4) 図3での気体の圧力を P_3 とする。外の液面の高さにおける力のつりあいは

$$P_3 S + \rho gh_3 S = PS \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

また、図1と図3でボイルの法則を用いて

$$PSl_1 = P_3 Sl_3$$

③式を代入して $PSl_1 = (P - \rho gh_3)Sl_3$

よって $P(l_3 - l_1) = \rho gh_3 l_3$

$$\text{ゆえに } h_3 = \frac{P(l_3 - l_1)}{\rho g l_3}$$

(5) シャルルの法則

(6) 容器内部の気体の圧力は、(2)で考えたように大気圧とおもりによって決まり、図2の P_2 のままである。よって、 h_4 は h_2 と等しい。また、温度を高くしたから、シャルルの法則より体積は増加している。よって、 l_4 は l_2 に比べて大きい。

(7) 絶対零度をセルシウス温度で θ_0 とすると、

$$\theta_1 \text{ の絶対温度 } T_1 = \theta_1 - \theta_0$$

$$\theta_4 \text{ の絶対温度 } T_4 = \theta_4 - \theta_0$$

である。図2と図4でシャルルの法則を用いて

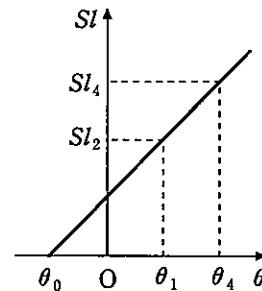
$$\frac{Sl_2}{T_1} = \frac{Sl_4}{T_4}$$

$$\text{よって } \frac{l_2}{\theta_1 - \theta_0} = \frac{l_4}{\theta_4 - \theta_0}$$

$$\text{ゆえに } l_2(\theta_4 - \theta_0) = l_4(\theta_1 - \theta_0)$$

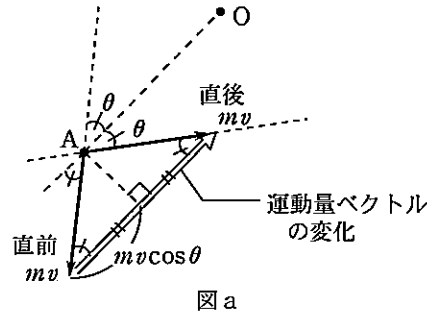
$$\text{したがって } \theta_0 = \frac{l_4 \theta_1 - l_2 \theta_4}{l_4 - l_2}$$

[参考] θ と Sl の関係を図示する。

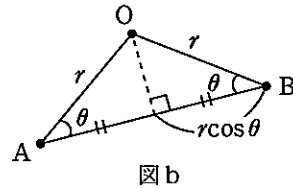


- 7 [解答] [A] (1) $2m v \cos \theta$ (2) $2r \cos \theta$ (3) $\frac{v}{2r \cos \theta}$ [回] (4) $\frac{m v^2}{r}$
 [B] (5) $\frac{N_A m \overline{v^2}}{4\pi r^3}$ (6) $\frac{3RT}{2N_A}$ (7) $\frac{3}{2}RT$ [C] (8) $\frac{Q}{2\pi r^3}$
 [D] (9) $-\frac{2P_0SL}{3R}$ (10) $\frac{3(P-P_0)V}{5P_0S}$

[A](1) 点 A に衝突する直前・直後における運動量ベクトルを始点をそろえてかくと、図 a のようになる。図 a のように、気体分子の運動量の変化の大きさは $2m v \cos \theta$ となる。
 これは、気体分子が壁から受けた力積の大きさに等しく、作用反作用の法則から分子が内壁に与える力積の大きさに等しい。よって $2m v \cos \theta$



- (2) $\triangle OAB$ が二等辺三角形であることから (図 b),
 AB 間の距離を求めると $AB=2r \cos \theta$
 (3) 1 回目と 2 回目の衝突の間にかかる時間は、速さ v で AB 間を進むので $\frac{AB}{v}$ である。
 よって、単位時間では



$$\frac{1}{\frac{AB}{v}} = \frac{v}{AB} = \frac{v}{2r \cos \theta} \text{ [回]}$$

- (4) 1 回の衝突で $2m v \cos \theta$ の力積を受けるので、 $\frac{v}{2r \cos \theta}$ [回] では

$$2m v \cos \theta \times \frac{v}{2r \cos \theta} = \frac{m v^2}{r}$$

[B](5) (4) より、すべての分子が内壁に与える単位時間当たりの力積の平均値は $\frac{m \overline{v^2}}{r}$ である。内壁が受ける単位時間当たりの力積の大きさの値は、内壁が受ける力の大きさの値に等しい (力積 $F \Delta t$ の $\Delta t=1$ の場合である) から、これを N_A 倍すると 1 mol の分子が内壁に及ぼす力の大きさが得られる。よって $N_A \frac{m \overline{v^2}}{r}$
 これを半径 r の球形容器の内壁の面積 $4\pi r^2$ でわると

$$p = \frac{N_A \frac{m \overline{v^2}}{r}}{4\pi r^2} = \frac{N_A m \overline{v^2}}{4\pi r^3}$$

- (6) 球形容器の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ であるから、気体の状態方程式は

$$\frac{N_A m \overline{v^2}}{4\pi r^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 1 \times RT$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3RT}{2N_A}$$

- (7) 単原子分子理想気体 1 mol の内部エネルギーは、分子 N_A 個分の運動エネルギー

$$\text{であるから } U = N_A \times \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} RT$$

- [C](8) 定積変化であるから、体積が V_1 で一定であるとし、圧力が Δp 変化したとき温度が ΔT 変化するとすれば、状態方程式より $pV_1 = 1 \times RT$,

$$(p + \Delta p)V_1 = 1 \times R(T + \Delta T) \text{ なので}$$

$$\Delta p = \frac{R}{V_1} \Delta T \text{ ①}$$

一方、定積変化で気体は仕事をしないため、内部エネルギーの変化を ΔU とすれば、熱力学第一法則より $\Delta U = Q$

$$(7) \text{より } \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T \text{ となるから}$$

$$Q = \frac{3}{2} R \Delta T \text{ ②}$$

①, ② 式より

$$\Delta p = \frac{R}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times \frac{2Q}{3R} = \frac{Q}{2\pi r^3}$$

- [D](9) 容器 B 内の気体は大気圧 P_0 に抗して、外部に P_0SL の仕事をする。外部との熱のやり取りはないため、絶対温度の変化を ΔT とすれば、熱力学第一法則 $[\Delta U = Q + W]$ から

$$\frac{3}{2} R \Delta T = 0 - P_0SL$$

$$\text{よって } \Delta T = -\frac{2P_0SL}{3R}$$

- (10) 可動壁が移動する前の絶対温度を T として、移動の前後でそれぞれ気体の状態方

程式を立てると

$$PV = RT$$

$$P_0(V + SL) = R(T + \Delta T)$$

ここで(9)の結果を用いると

$$P_0(V + SL) = RT + RAT = PV - \frac{2}{3}P_0SL$$

となり $P_0V + P_0SL = PV - \frac{2}{3}P_0SL$

よって $\frac{5}{3}P_0SL = (P - P_0)V$

ゆえに $L = \frac{3(P - P_0)V}{5P_0S}$

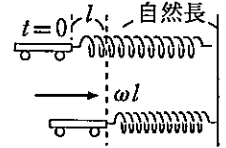
- 8 解答 (ア) ② (イ) ④ (ウ) ⑥ (エ) ① (オ) ① (カ) ③
(キ) ⑥

観測者が単振動している場合、音源から遠ざかる動きの間は観測される音源の振動数は低く、音源に近づく動きの間は高くなる。単振動の速度はつねに変化しているの、観測される振動数もつねに変化している。

(ア) 音源は静止し、観測者が ωl で遠ざかる場合となる。観測される音源の振動数を f' とすると、ドップラー効果の式

$$f' = \frac{V - v_0}{V} f \text{ より}$$

$$f' = \frac{V - \omega l}{V} \times f_0 \dots\dots ②$$



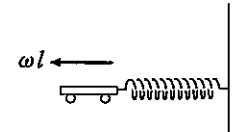
(イ) 単振動を続け、ふたたび自然長の位置に戻るときに、台車の速度は左向きに最大となる。このとき、音源が静止し、観測者が ωl で近づき、観測される音源の振動数を f'' とすると最大となる。ドップラー効果の式より

$$f'' = \frac{V - (-\omega l)}{V} \times f_0 = \frac{V + \omega l}{V} \times f_0$$

一方、(ア)で求めた振動数 f' は、観測される音源の振動数の最小値なので

$$f'' - f' = \left(\frac{V + \omega l}{V} - \frac{V - \omega l}{V} \right) \times f_0$$

$$= \frac{2\omega l}{V} \times f_0 \dots\dots ④$$



(ウ) 台車が左へ動いているということは、観測者が音源に近づく場合なので、観測される音源の振動数は f_0 より大きくなる。この運動中に共鳴が起こるので $f - f_1 > f_0$ となることがわかる。初めて共鳴するのは、それまでの実験の中で台車が最も速くなる時なので、台車が振動の中心(自然長の位置)を左向きに通過するときである。これは $\frac{3}{4}$ 周期に相当するので

$$t = \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{3\pi}{2\omega} \dots\dots ⑥$$

ただし、単振動の周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ を用いた。

(エ) このとき観測される音源の振動数は f'' なので

$$f - f_1 = f'' = \frac{V + \omega l}{V} \times f_0 \dots\dots ①$$

(オ) 最も振動数の高いおんさが共鳴すれば、3つのおんさすべてが共鳴できるので、台車が最も速くなるときに観測される音源の振動数が $f+f_1$ 以上になればよい。

$$f+f_1 \leq f'' = \frac{V+\omega l}{V} \times f_0 \quad \dots\dots ①$$

(カ) 台車の速さは、単振動の速さの式より、 $v = \omega l \sin \omega t$ と表される。 t_1 のときの台車の速さは

$$\omega l \sin \omega t_1$$

よって、このとき観測される音源の振動数はドップラー効果の式より

$$f = \frac{V - \omega l \sin \omega t_1}{V} \times f_0$$

同様に、 t_2 のときの台車の速さは $\omega l \sin \omega t_2$

よって、このとき観測される音源の振動数はドップラー効果の式より

$$f+f_1 = \frac{V - \omega l \sin \omega t_2}{V} \times f_0$$

したがって $(f+f_1) - f = f_1$

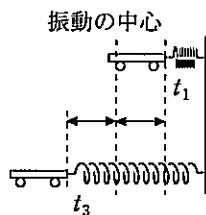
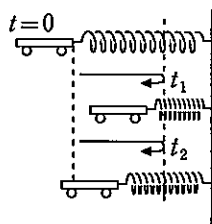
$$\begin{aligned} &= \left(\frac{V - \omega l \sin \omega t_2}{V} - \frac{V - \omega l \sin \omega t_1}{V} \right) \times f_0 \\ &= \frac{(\sin \omega t_1 - \sin \omega t_2) \omega l}{V} \times f_0 \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

(キ) 台車の速さが t_1 のときと同じになるのは、振動の中心に対して、対称の位置にあるときである。振動の中心を通る

時刻は $\frac{3}{4}$ 周期のときなので

$$\frac{3}{4}T - t_1 = t_3 - \frac{3}{4}T$$

$$t_3 = \frac{3}{2}T - t_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} - t_1 = \frac{3\pi}{\omega} - t_1 \quad \dots\dots ⑥$$



9 [解答] [A] (ア) $\frac{4}{3}\pi\rho a^3g$ (イ) $\frac{2\rho a^2g}{9\mu}$ (ウ) $3\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}$

[B] (エ) $\frac{gV}{D}$ (オ) $\frac{4\pi\rho a^3gD}{3V_0}$ (カ) $\frac{9\sqrt{2}\pi D}{V_0} \sqrt{\frac{\mu^3 W^3}{\rho g}}$

(a) ②

油滴が静止したり、一定の速度で運動しているとき、油滴にはたらく力(重力、空気の抵抗力、静電気力)はつりあいの状態にある。

[A] (ア) 半径 a [m] の球の体積を V [m³]、質量を m [kg] とすると $V = \frac{4}{3}\pi a^3$

質量 m と体積 V 、密度 ρ の関係式「 $m = \rho V$ 」より $m = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi a^3$

よって、球にはたらく重力の大きさは

$$mg = \frac{4}{3}\pi\rho a^3g \text{ [N]}$$

(イ) 球が「終端の速さ」 W になったとき、球にはたらく力(重力と抵抗力)はつりあいの状態にある(図 a)。

$$mg = 6\pi\mu aW$$

$$\frac{4}{3}\pi\rho a^3g = 6\pi\mu aW$$

$$\text{よって } W = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho a^3g}{6\pi\mu a} = \frac{2\rho a^2g}{9\mu} \text{ [m/s]}$$

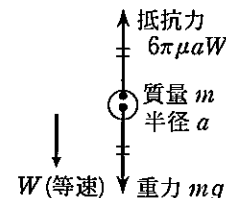


図 a

(ウ) (イ) の結果より

$$a^2 = \frac{9\mu W}{2\rho g} \quad \text{よって } a = 3\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}} \text{ [m]}$$

[B] (エ) 距離 D [m] 離れた電位差 V [V] の平行電極板の間に生じる電場の強さ E [V/m] は「 $V = Ed$ 」の関係より

$$V = ED \quad \text{よって } E = \frac{V}{D}$$

電場が油滴に及ぼす力の大きさ F [N] は

$$F = qE = \frac{qV}{D} \text{ [N]}$$

(オ) 電位差 V_0 (電極板間の電場の強さ $E_0 = \frac{V_0}{D}$) のとき、

油滴は停止しているので、油滴にはたらく力はつりあいの状態にある (図 b)。

$$mg = qE_0 \quad \frac{4}{3}\pi\rho a^3 g = \frac{qV_0}{D}$$

$$\text{よって } q = \frac{4\pi\rho a^3 g D}{3V_0} \text{ [C]}$$

(カ) (ウ), (オ)の結果より

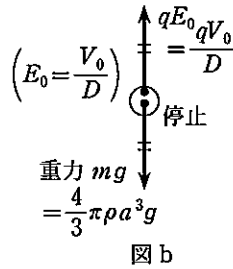
$$q = \frac{4\pi\rho g D}{3V_0} \times \left(3\sqrt{\frac{\mu W}{2\rho g}}\right)^3$$

$$= \frac{9\sqrt{2}\pi D}{V_0} \sqrt{\frac{\mu^3 W^3}{\rho g}} \text{ [C]}$$

(a) 電荷の「基本単位」の5倍の値と考えられるグラフの山が¹, $80 \times 10^{-20} \text{ C}$ のところにてできている。これより、電荷の「基本単位」を e とすると $5e = 80 \times 10^{-20}$

$$\text{よって } e = \frac{80 \times 10^{-20}}{5} = 16 \times 10^{-20} \text{ (C)}$$

この値に近いのは ② である。



10 [解答] (ア) $mv = MV_M + m(-v')$ (イ) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV_M^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + E$

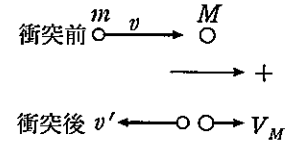
(ウ) $\frac{2m}{M+m}$ (エ) $\frac{4Mm}{(M+m)^2}$ (オ) $E_0 \geq E_x - E_g$ (カ) eV_G

(キ) $E_x - E_g$ (ク) $E' < eV_P$ (ケ) 2.5×10^{-7}

(コ) 2回励起した

(ア) 衝突前の電子の速度の向きを正とすると、右図より

$$mv = MV_M + m(-v')$$



(イ) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV_M^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + E$

(ウ) (イ)の式で $E=0$ とおき、(ア)の式と連立させて

$$V_M = \frac{2m}{M+m}v$$

よって $\frac{2m}{M+m}$ [倍]

(エ) $\frac{1}{2}MV_M^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{2m}{M+m}v\right)^2$

$$= \frac{1}{2}mv^2 \cdot \frac{4Mm}{(M+m)^2} = E_0 \cdot \frac{4Mm}{(M+m)^2}$$

よって $\frac{4Mm}{(M+m)^2}$ [倍]

(オ) $E_0 \geq E_x - E_g$

(カ) eV_G

(キ) $E_x - E_g$

(ク) $E' < eV_P$

(ケ) 電子から eV_G ($V_G = 4.9 \text{ (V)}$) のエネルギーを受け取った水銀原子が励起状態となり、基底状態にもどるときに、そのエネルギーの差に等しい光子1個を放出するから、

$$eV_G = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{eV_G} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.9}$$

$$= 2.5 \times 10^{-7} \text{ (m)}$$

(コ) 2回励起した