2022 年度　埼玉医科大学

【傾向や対策など】

●問題レベルは標準。全問選択式である。多くの問題は馴染みのある内容である。「初めて見た！」と思う問題はほとんどないだろう。一見見慣れない設定のように思えても，実はよくある振り子問題であったり，衝突問題であったりするので，落ち着いて解いていけば大丈夫。ただし，馴染みのある内容だったとしても，最後数問はひとひねりあるので，完答は難しいだろう。

●50 分 (理科 2 科目で 100 分。単純に半分の時間とした) で大問 3 つ。大問 1 つにつき，15 個程度の小問(穴埋め)がある。時間的な余裕はまったくないだろう。問題レベルは標準的であるが，問題数が多いため全問を解くことはほぼ不可能と思われる。

●はじめに「問題レベルは標準」と書いた。確かにそうなのだが，解きにくい(であろう)問題も一部出ている。それを以下に挙げる。

2021$\boxed{2}$波動　2020$\boxed{1}$電磁気　2018$\boxed{2}$波動　16$\boxed{3}$波動　14$\boxed{3}$熱力学　13$\boxed{3}$原子　10$\boxed{3}$原子

●原子分野が比較的よく出ている(大問が 3 つしかないのに，これだけの頻度で出ているのは珍しい)

2019　比電荷の測定　　13　ラザフォードの α 粒子の散乱実験　　11　X 線の発生，ブラッグ反射
10　フランク・ヘルツの実験　　08　光電効果

●頻出項目など

円運動，糸につながれた小物体の運動，コンデンサー，直流回路　(電磁誘導は 2019～07 で 1 回(2012))
気体の状態変化　(気体分子運動論はまれ)　　(なお，波動は 2021～07 で 3 回(21 と 18 と 07))

●出題傾向やレベルがいくらか似ている大学

東北医科薬科大（こちらの方が埼玉医科大よりも難しい），順天堂大，産業医科大

【これから何をすべき？】

この 1 年間で解いた問題をもう一度見直そう (間違えた問題を中心に)。授業で扱った問題や問題集の問題，受けた模試の問題を完答できるでしょうか。完答できないのであれば，一度以上解いたにもかかわらず解き切れないのはなぜでしょうか。何が足りないのでしょうか。物理法則をすっかり忘れていたのか，それは覚えていたが適切な法則を適用できなかったのか，そうであればなぜなのか・どうすれば次回は適切に適用できるか，問題文が何を言っているのかがそもそも分からないのか，計算ミスなのか，…などについて，短時間でいいから考えてみましょう。ただ漫然と問題をこなすよりずっと有益だと思います。

本大学の問題のほとんどは標準問題ですが，どれも「息の長い」問題です。小問が 5～7 問程度で構成された問題ばかりを解いてきた人にはきつく感じられることでしょう (市販の問題集に採用されている問題の多くは，小問が 5～7 問程度で構成されていますね)。息の長い問題に慣れるためにも過去問をどんどん解きましょう。どの大問も，最後の数問はやや難しい設問となっています。問題数に対して時間が短いので，標準より少し上レベルの問題を熟考する余裕はないでしょう。本番では，少しでも時間がかかりそうなら，最後の数問はとりあえず飛ばして，次の大問に行くのがよいでしょう。ほとんどの問題が標準レベルですが，時間的に余裕はないと思われるので，完答は難しいでしょう。完答を目指すのではなく，正答率を高めることを目指してください。(ひとつのモデルとして) 全体の 80%を解いて，正答率を 90%にすれば，得点率 72%になります。これだけあれば物理に関して言えば合格圏内でしょう(物理がそれほど得意でない人は，全体の 80%を解いて正答率を 80%にすればよいでしょう。それで得点率は 64%になります。不足分は他の教科で補いましょう)。これを実現させるためには，上記の繰り返しになりますが，今まで解いた問題をもう一度見直し，過去問にもたくさん触れ，物理法則や物理的思考を定着させることが何よりも重要です。合格に向けてあと少しがんばってください。

※見ておきたい項目をいくつか挙げておきます(あくまでも参考程度にしてください)

■**力学**：　○単振動　○感星や衛星の運動　○衝突　○摩擦力
■**熱力学**：○気体分子運動論　○断熱変化 (断熱自由膨張も)　○ピストンの単振動
■**波動**：　○波の式　○光の干渉
■**電磁気**：○コンデンサー内部　○抵抗＋コンデンサー回路　○交流回路
　　　　　○電磁誘導（回転導体棒，回転円盤，非一様または非一定磁場内での電磁誘導　など)
■**原子**：　○ボーア模型　○物質波　○半減期

$\boxed{1}$ 図 1 のように，地球の中心を E とし，球形のカプセルの中心 O が，E を中心とした等速円運動を行っている。ここで，カプセルの重心は O と一致している。EO 間の距離は r である。地球の質量を M，万有引力定数を G とし，地球が及ぼす万有引力は，地球の全質量が中心に集まった場合と等しくなることを用いて，次の問いに答えよ。

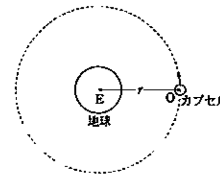


図 1

(1) カプセルの中心の速さ，等速円運動の周期，および角速度を求めよ。

図 2 のように，E と O を結ぶ直線を x 軸とし，O を原点とする。E から O に向かう向きを x 軸の正の向きとする。カプセルの中に，質量の無視できる長さ $2l$ の細い円筒を設置した。ここで，円筒の端は $x=-l$ および $x=l$ であり，円筒の中心軸は，常に x 軸と一致させている。

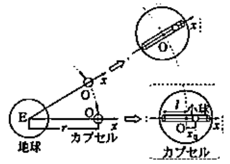


図 2

質量 m の小球を，円筒内の $x=x_0$ ($x_0>0$) に静かに置いたところ，x 軸の正の向きに動き始めた。ここで，小球は円筒の中を，x 軸にそって，なめらかに動くことができる。小球の質量はカプセルの質量に比べて十分小さく，また，カプセルと小球間にはたらく万有引力はないものとして，次の問いに答えよ。

(2) 小球が位置 x ($x_0 \leqq x \leqq l$) にあるとき，小球にはたらく万有引力の x 成分を求めよ。ただし，$\dfrac{x}{r}<1$ と考え，$|a|<1$ に対する近似式 $\dfrac{1}{(1+a)^n}=(1+a)^{-n} \fallingdotseq 1-na$ を用いよ。

(3) 円筒とともに回転する観測者から見たとき，位置 x にある小球にはたらく力の x 成分 F を，x の関数として求めよ。ただし，(2) の結果を用いよ。また，図 3 に，F を x の関数としてかけ。

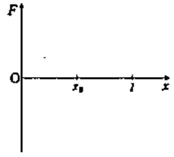


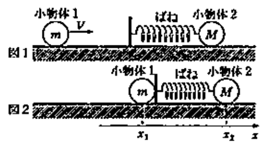
図 3

(4) $x=x_0$ から $x=l$ まで小球が動く間に，F が小球に対してした仕事を求めよ。

(5) 小球が円筒から出る瞬間の速度の x 成分を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の文章を読み，$\boxed{}$の中に数式または数字を入れ，{　}の中から適切な語句を 1 つ選び，番号で答えよ。

図 1 のように，質量がそれぞれ m と M で大きさの無視できる小物体 1 と小物体 2 が，摩擦のないなめらかな机の上にある。小物体 2 は，ばね定数 k で質量の無視できるばねにつながっている。ばねのもう一方の端には，質量の無視できる板が取り付けられ，ばねの長さは自然の長さ l の状態にある。図の右向きを x 軸の正の向きとする。



いま，小物体 1 が速さ V で右に向けて等速度運動している。時刻 t_0 に小物体 1 は板と衝突した。このとき小物体 1 と小物体 2 の運動量の和は衝突の前後で保存している。衝突後，図 2 のように，小物体 1 と板は一体となって動き始めた。ばねの長さは徐々に縮まり，ある時刻 t_1 に最も短くなった。その後，ばねは再び伸び始めた。そしてある時刻 t_2 に，小物体 1 は板から離れた。

(1) 時刻 t_1 では，小物体 1 と小物体 2 の速さは等しく，$\boxed{ア}$ である。また，運動エネルギーと弾性エネルギーの和が保存することを用いると，このときのばねの長さは $\boxed{イ}$ となる。

(2) 図 2 において，小物体 1 と小物体 2 は，それぞれ座標 x_1，x_2 と加速度 a_1，a_2 をもつとする。また，小物体 1 と小物体 2 の間の距離は $x=x_2-x_1$ (>0)，相対加速度は $a=a_2-a_1$ で与えられる。このとき時刻 t_0 から t_2 の間の 2 つの小物体の運動を記述する運動方程式は，k，x，l を用いると，

$$ma_1=\boxed{ウ} \quad \cdots\cdots①$$
$$Ma_2=\boxed{エ} \quad \cdots\cdots②$$

と表される。2 つの物体間の距離 x と相対加速度 a の間には，① 式と ② 式より

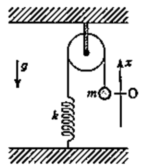
$$\boxed{オ}\,a=-k(x-l)$$

の関係が成りたつ。この式は，ばねの単振動を表す。ここで時間 t_1-t_0 はちょうどこの単振動の $\boxed{カ}$ 周期分に相当するため，k，M，m を用いて $t_1-t_0=\boxed{キ}$ と求められる。

(3) 小物体 1 と小物体 2 の重心の座標は $X=\boxed{ク}$ で与えられる。またこの重心の加速度は，(ク) の x_1，x_2 をそれぞれ a_1，a_2 に置き換えたものになる。そこで，① 式と ② 式から $ma_1+Ma_2=\boxed{ケ}$ で与えられることを考慮すると，重心 X は，衝突の時刻 t_0 の前後でコ {① 速度を変えず等速運動，② 速度を変えてそれぞれ等速運動，③ 加速度を変えず等加速度運動，④ t_0 以前は等速運動，t_0 以後は等加速度運動} をすることがわかる。

(4) 時刻 t_2 で，小物体 1 が板から受ける力は 0 になる。また，このとき小物体 1 の小物体 2 に対する相対速度は，サ {① 負，② 0，③ 正} になり，ばねの長さは $\boxed{シ}$ となる。もし $m=\boxed{ス}M$ の関係が成りたてば，離れた直後に小物体 1 が静止し，小物体 2 は速さ $\boxed{セ}$ で等速運動をする。

$\boxed{3}$ 図に示すように，軽いなめらかな滑車が天井に取りつけられている。滑車には軽い糸がかけられ，糸の一端には，床に固定されたばね定数 k の軽いばねが，他端には，質量 m の小球が結ばれている。鉛直上向きに x 軸をとり，小球の位置を x で表す。小球は x 軸に平行に運動し，糸は伸び縮みしないものとする。小球が原点 O の位置にあるとき，小球から静かに手をはなすと小球はそのまま静止した。重力加速度の大きさを g，円周率を π として，次の問いに答えよ。

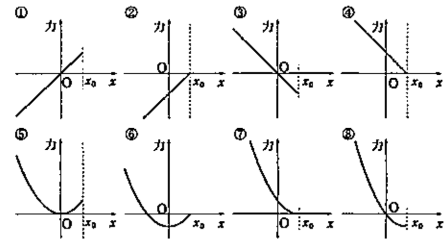


(1) 小球が原点 O で静止しているとき，ばねの自然の長さからの伸びを求めよ。

(2) 小球を x 軸の負の方向に引き，$x=-A$ ($A>0$) の位置で静かにはなした。糸がたるむことなく小球は単振動を行った。単振動の周期と，小球の加速度の大きさの最大値をそれぞれ求めよ。

次に，時刻 0 のとき，小球を $x=-\dfrac{\sqrt{2}mg}{k}$ の位置で静かにはなした。小球が上昇している途中，$x=x_0$ において，糸の張力が 0 となった。このときの小球の速さを v_0 とする。その後，糸がたるんだ状態で小球は運動を続け，時刻 t_m において x の最大値 x_m に到達した。ばねや小球が滑車に当たったり，たるんだ糸が小球の運動を妨げることはないものとする。

(3) 小球にはたらくすべての力の合力と x ($<x_0$) の関係を表したグラフとして最も適切なものを，次の図の ①～⑧ の中から 1 つ選び，記号で答えよ。ただし，力が x 軸の正の向きにはたらくとき，その符号を正とする。



(4) x ($<x_0$) における小球の速さを，g，k，m，x を用いて表せ。

(5) v_0 を，g，k，m を用いて表せ。

(6) x_m を，g，v_0，x_0 を用いて表せ。

(7) t_m は，糸がたるまない場合の単振動の周期の何倍になるか，有効数字 3 桁の数値で表せ。ただし，$\dfrac{1}{2\pi} \fallingdotseq 0.1592$ を使ってもよい。

4　次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ に最も適するものをそれぞれの解答群から１つ選べ。

薄い板でできた質量 m[kg]，底面積 S[m^2] の十分に長い円筒形の容器がある。この円筒容器に深さ d[m] まで密度 ρ[kg/m^3] の液体を入れ，密度 ρ_w[kg/m^3]の水が入った水槽に浮かべた。すると図１のように，水面下に沈んでいる部分の深さが x_0[m]($x_0>d$) となって円筒容器は静止した

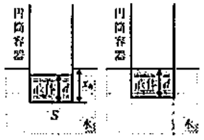


図１　　図２

円筒容器は水槽中を鉛直方向にのみ運動するものとし，運動に際して容器が水から受ける抵抗力はないものとする。円筒容器内の液体は，液面が乱れることなく容器と一体となって運動する。また，容器が水槽中を運動しても水面の高さの変化や乱れはないものとする。重力加速度の大きさは g[m/s^2]である。

容器にはたらく浮力の大きさは容器が排除した水の重さに等しい。図１において，円筒容器と容器内の液体を１つの物体とみなせば，静止したこの物体にはたらく鉛直方向の力のつりあいの式は $\boxed{\text{ア}}$ である。円筒容器が静止した図１の状態から，図２のように，円筒容器内の液面と水槽内の水面が一致する位置まで容器を持ち上げて，静かに手をはなした。円筒容器の水面下に沈んでいる部分の深さが x[m] になったとき，容器と容器内の液体を１つの物体とみなせば，この物体にはたらく浮力と重力の合力は下向きを正として $\boxed{\text{イ}}$ [N] である。容器と容器内の液体は一体となって単振動し，x は x_0 を中心に周期的に変化した。円筒容器が最も沈みこんだときの深さは $x=\boxed{\text{ウ}}$ [m] であり，一体となった容器と容器内の液体の最大の速さは $\boxed{\text{エ}}$ [m/s] である。また，この振動の周期を ρ と ρ_w を含む式で表すと，$T=\boxed{\text{オ}}$ [s] である。

次に，円筒容器に入れる液体の量を変えて単振動の周期 T を測定し，容器に入れた液体の密度 ρ[kg/m^3] と容器の質量 m[kg] を求めてみよう。円筒容器に入れた液体の深さが $d=d_1$[m] のとき周期は $T=T_1$[s] であり，深さが $d=d_2$[m] のとき周期は $T=T_2$[s] であったとする。ただし，$d_2>d_1$ である。このとき，液体の密度と水の密度の比を d_1，d_2，T_1，T_2，g を用いて表すと，$\dfrac{\rho}{\rho_w}=\boxed{\text{カ}}$ となる。また，円筒容器の質量を d_1，d_2，T_1，T_2，g，S，ρ_w を用いて表すと，$m=\boxed{\text{キ}}$ [kg] となる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

① $mg-\rho_w Sx_0 g=0$　② $mg-\rho_w Sdg=0$
③ $mg+\rho Sdg-\rho_w Sx_0 g=0$　④ $mg+\rho Sx_0 g-\rho_w Sdg=0$
⑤ $mg-\rho Sx_0 g=0$　⑥ $mg-\rho Sdg=0$
⑦ $mg+\rho_w Sdg-\rho Sx_0 g=0$　⑧ $mg+\rho_w Sx_0 g-\rho Sdg=0$

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

① $-\rho_w Sg(x-x_0)$　② $-\rho_w Sg(x-d)$　③ $\rho_w Sg(x-x_0)$
④ $\rho_w Sg(x-d)$　⑤ $-\rho Sg(x-x_0)$　⑥ $-\rho Sg(x-d)$
⑦ $\rho Sg(x-x_0)$　⑧ $\rho Sg(x-d)$

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

① $2x_0+d$　② x_0+d　③ $2d+x_0$　④ $2x_0$
⑤ $2x_0-d$　⑥ x_0-d　⑦ $2d-x_0$　⑧ $2d$

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

① $\sqrt{g(x_0-d)}$　② $(x_0-d)\sqrt{\dfrac{g}{x_0}}$　③ $x_0\sqrt{\dfrac{g}{x_0-d}}$　④ $\sqrt{gx_0}$
⑤ $\sqrt{\dfrac{x_0-d}{g}}$　⑥ $(x_0-d)\sqrt{\dfrac{x_0}{g}}$　⑦ $x_0\sqrt{\dfrac{x_0-d}{g}}$　⑧ $\sqrt{\dfrac{x_0}{g}}$

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

① $2\pi\sqrt{\dfrac{\rho_w Sg}{m+\rho Sd}}$　② $2\pi\sqrt{\dfrac{\rho Sg}{m+\rho_w Sd}}$　③ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\rho_w Sg}{m+\rho Sd}}$
④ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\rho Sg}{m+\rho_w Sd}}$　⑤ $2\pi\sqrt{\dfrac{m+\rho Sd}{\rho_w Sg}}$　⑥ $2\pi\sqrt{\dfrac{m+\rho_w Sd}{\rho Sg}}$
⑦ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{m+\rho Sd}{\rho_w Sg}}$　⑧ $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{m+\rho_w Sd}{\rho Sg}}$

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

① $(2\pi)^2 g\dfrac{\dfrac{1}{T_2^2}-\dfrac{1}{T_1^2}}{d_2-d_1}$　② $(2\pi)^2 g\dfrac{\dfrac{1}{T_1^2}-\dfrac{1}{T_2^2}}{d_2-d_1}$　③ $\dfrac{1}{(2\pi)^2 g}\dfrac{d_2-d_1}{\dfrac{1}{T_2^2}-\dfrac{1}{T_1^2}}$
④ $\dfrac{1}{(2\pi)^2 g}\dfrac{d_2-d_1}{\dfrac{1}{T_1^2}-\dfrac{1}{T_2^2}}$　⑤ $\dfrac{(2\pi)^2}{g}\dfrac{d_2-d_1}{T_2^2-T_1^2}$　⑥ $\dfrac{(2\pi)^2}{g}\dfrac{d_2-d_1}{T_1^2-T_2^2}$
⑦ $\dfrac{g}{(2\pi)^2}\dfrac{T_2^2-T_1^2}{d_2-d_1}$　⑧ $\dfrac{g}{(2\pi)^2}\dfrac{T_1^2-T_2^2}{d_2-d_1}$

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

① $(2\pi)^2 gS\rho_w\dfrac{\dfrac{d_1}{T_2^2}-\dfrac{d_2}{T_1^2}}{d_2-d_1}$　② $(2\pi)^2 gS\rho_w\dfrac{\dfrac{d_2}{T_1^2}-\dfrac{d_1}{T_2^2}}{d_2-d_1}$
③ $\dfrac{1}{(2\pi)^2 gS\rho_w}\dfrac{d_2-d_1}{\dfrac{d_1}{T_2^2}-\dfrac{d_2}{T_1^2}}$　④ $\dfrac{1}{(2\pi)^2 gS\rho_w}\dfrac{d_2-d_1}{\dfrac{d_2}{T_1^2}-\dfrac{d_1}{T_2^2}}$
⑤ $\dfrac{(2\pi)^2}{gS\rho_w}\dfrac{d_2-d_1}{T_2^2 d_1-T_1^2 d_2}$　⑥ $\dfrac{(2\pi)^2}{gS\rho_w}\dfrac{d_2-d_1}{T_1^2 d_2-T_2^2 d_1}$
⑦ $\dfrac{gS\rho_w}{(2\pi)^2}\dfrac{T_2^2 d_1-T_1^2 d_2}{d_2-d_1}$　⑧ $\dfrac{gS\rho_w}{(2\pi)^2}\dfrac{T_1^2 d_2-T_2^2 d_1}{d_2-d_1}$

埼玉医科大学　予想問題

5　次の文の $\boxed{\text{a}}$ から $\boxed{\text{g}}$ に入れるのに最も適当な式を記入せよ。また，$\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ に入れるのに最も適当なものを各問の文末の解答群から選べ。ただし，同じものを２回以上用いてもよい。

[A]　図１に示すように，なめらかで水平な台の上に軽いばねの一端が固定され，他端には質量 m の小球が取り付けられている。ばね定数を k，ばねの自然の長さを l とする。小球に力を加えてばねを自然の長さから $a(>0)$ だけ伸ばしたとき，ばねにたくわえられる弾性エネルギーは $\boxed{\text{a}}$ である。ばねが a だけ伸びた状態で静かに手をはなすと小球は振動を始める。力学的エネルギーの保存を考慮すると，ばねが自然の長さになったときの小球の速さ u_0 は $\boxed{\text{b}}$ である。また，手をはなしてからばねの伸びがふたたび最大になるまでの時間 T_0 は $\boxed{\text{c}}$ である。これより，a，u_0，T_0 の間には $\boxed{\text{ア}}$ の関係が成りたつことがわかる。


図１

[解答群]

[1] $u_0=\dfrac{2\pi a}{T_0}$　[2] $u_0=\dfrac{\pi a}{T_0}$　[3] $u_0=\dfrac{a}{\pi T_0}$　[4] $u_0=\dfrac{a}{2\pi T_0}$

[B]　前問と同じばねを２本用意し，四角柱状の容器(質量 $2m$) に図２のように質量 m の小球とともに取り付ける。容器を水平な台の上に置いて，ばねが水平面と平行になるようにすると，小球は容器のちょうど中央の位置でつりあう。容器の内壁はなめらかで，小球は一直線上に並んだばねにそって動くものとする。また，このつりあいの位置で２本のばねはともに自然の長さであるとする。


図２

(1)　この装置を 90° 傾けて，ばねが鉛直軸にそうように容器を固定する。重力加速度の大きさを g とすると，小球は，容器の中央から $\boxed{\text{d}}$ だけずれた位置でつりあう。次に，この小球をゆっくり容器の中央までもどすと，２本のばねの弾性エネルギーの和は $\boxed{\text{e}}$ 減少し，重力による小球の位置エネルギーは $\boxed{\text{f}}$ 増加する。そのまま静かに小球をはなすと，小球は容器内で振動し始める。力学的エネルギーの保存を考慮すると，小球の速さの最大値 u_1 は $\boxed{\text{g}}$ となる。また，この振動の周期 T_1 は T_0 の $\boxed{\text{イ}}$ 倍となる。

[解答群]

[1] 1　[2] 2　[3] 3　[4] 4　[5] $\dfrac{1}{2}$　[6] $\dfrac{3}{2}$　[7] $\dfrac{1}{3}$　[8] $\dfrac{2}{3}$
[9] $\dfrac{4}{3}$　[10] $\dfrac{1}{4}$　[11] $\dfrac{3}{4}$　[12] $\dfrac{1}{6}$　[13] $\sqrt{2}$　[14] $\sqrt{3}$
[15] $\sqrt{6}$　[16] $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　[17] $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$　[18] $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$　[19] $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$
[20] $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　[21] $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　[22] $\sqrt{\dfrac{1}{6}}$

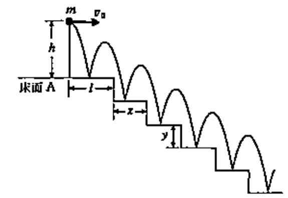
(2)　ふたたび，装置をなめらかで水平な台の上に置いて，ばねが水平面と平行になるようにし，小球をつりあいの位置に静止させる。この状態で容器のみに，ばねにそった方向の撃力(短時間だけ作用する強い力)を加える。撃力が加わった直後，容器はばねにそった方向に速さ V_0 で動きだした。これより，撃力による力積の大きさは $\boxed{\text{ウ}}\times mV_0$ であることがわかる。容器が動きだすと同時に，小球は容器に対して振動し始める。容器から見て，小球のつりあいの位置からのずれが最大になる瞬間，小球は容器に対して静止する。このとき容器と小球の速度は同じで，運動量の保存を考慮してその大きさを求めると，$\boxed{\text{エ}}\times V_0$ となる。したがって，容器と小球の運動エネルギーの和は $\boxed{\text{オ}}\times mV_0^2$ であり，力学的エネルギーの保存を考慮すると，２つのばねの弾性エネルギーの和はつりあいの位置と比べて $\boxed{\text{カ}}\times mV_0^2$ だけ増加することがわかる。このばねの弾性エネルギーを用いて，つりあいの位置からのずれの最大値 X を求めると $\boxed{\text{キ}}\times\sqrt{\dfrac{m}{k}}V_0$ となる。容器に対する小球の運動の周期 T_2 と V_0，X の間に(ア)と同様の関係が成りたつと考えると，T_2 は T_0 の $\boxed{\text{ク}}$ 倍と推測できる。

[解答群]

[1] 1　[2] 2　[3] 3　[4] 4　[5] $\dfrac{1}{2}$　[6] $\dfrac{3}{2}$　[7] $\dfrac{1}{3}$　[8] $\dfrac{2}{3}$
[9] $\dfrac{4}{3}$　[10] $\dfrac{1}{4}$　[11] $\dfrac{3}{4}$　[12] $\dfrac{1}{6}$　[13] $\sqrt{2}$　[14] $\sqrt{3}$
[15] $\sqrt{6}$　[16] $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　[17] $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$　[18] $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$　[19] $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$
[20] $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　[21] $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　[22] $\sqrt{\dfrac{1}{6}}$

6　真横から見ると図のような階段がある。階段の最上部の床面を A とよぶ。各階段の高さは y[m]，床面の長さは x[m] であり，この階段は無限の深さまで続いているとする。床面 A と階段の床面はすべて水平である。

床面 A 上の階段部まで l[m] の地点より高さ h[m] の位置に質量 m[kg] の大きさが無視できる小球がある。この小球を水平方向に，階段部の方へ速さ v_0[m/s] で投げた。小球は床面 A に１度だけ衝突した後に，図のように各階段の床面に１度ずつ衝突しながら，無限に続く階段を降りていった。小球と床面との衝突をはねかえり係数 e($0<e<1$) の非弾性衝突として，以下の問いに答えよ。ただし，重力加速度を g[m/s^2] とし，空気抵抗は無視できるものとする。なお，解答には h，m，v_0，e，g 以外の記号を使用してはならない。



(1)　小球が床面 A に衝突するまでの時間 t_1[s] を求めよ。
(2)　床面 A に衝突する直前の小球の鉛直方向の速さ $v_{t_1 y}$[m/s] を求めよ。
(3)　小球が床面 A に衝突するためには，l は $l_{\min}$[m] 以上でなければならない。$l_{\min}$ を求めよ。
(4)　床面 A に１度衝突した後に，小球が最高点に達したときの床面 A からの高さ h_1[m] を求めよ。
(5)　小球が床面 A に２度衝突しないためには，l は $l_{\max}$[m] 以下でなければならない。$l_{\max}$ を求めよ。
(6)　各階段の高さ y[m] を求めよ。
(7)　各階段の床面の長さ x[m] を求めよ。
(8)　小球が床面 A を含み 10 回目に床面に衝突する直前の運動エネルギー K_{10}[J] を求めよ。

7 空所を埋め，問いに答えよ。

(1) 図1のような傾きの角が θ のなめらかな固定された斜面の上での質量 m の小物体Aの運動について考える。重力加速度の大きさを g とする。

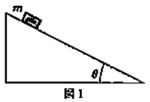


図1

Aが斜面から受ける垂直抗力の大きさは $\boxed{ア}$ である。重力の斜面にそった成分の大きさは $\boxed{イ}$ である。Aの加速度の斜面にそった成分の大きさは $\boxed{ウ}$ である。

(2) (1)の運動について，以下のように，力学的エネルギー保存の法則を用いて，速度，加速度を求める。図2のように，水平方向右向きに x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。(0, 0)の点から時刻 $t=0$ で物体Aを静かにはなした。速度の x 成分を v_x，y 成分を v_y とする。

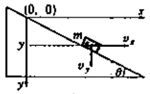


図2

斜面にそって運動している条件より，$v_y = \boxed{エ} \times v_x$ である。時刻 t と $t+\Delta t$（Δt は十分小さい）でのAの鉛直方向の位置を y，$y+\Delta y$，時刻 t と $t+\Delta t$ でのAの速度の y 成分を v_y，$v_y+\Delta v_y$ とする。時刻 t でのAの運動エネルギー K を v_y のみを用いて表すと①式と表せる。

$$K = C \times \frac{1}{2} m v_y^2 \quad \cdots\cdots ①$$

(a) $C = \dfrac{1}{\sin^2\theta}$ となることを示せ。

(b) 力学的エネルギー保存の法則より，時刻 t での v_y と y の関係を C，m，g などを用いて示せ。

(c) 同様に，時刻 $t+\Delta t$ での $v_y+\Delta v_y$ と $y+\Delta y$ の関係を示せ。

(c)と(b)の結果の差から，Δv_y の2乗の項を十分に小さいとして無視すると，②式と表せる。

$$C v_y \Delta v_y = g \Delta y \quad \cdots\cdots ②$$

(d) $v_y = \dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ であり，加速度の y 成分 a_y は $a_y = \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t}$ である。このことと②式より $a_y = \dfrac{g}{C}$ と表されることを示せ。

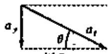


図3

(e) この運動の加速度の斜面にそった成分の大きさを a_t とする。図3を参考にして a_t を a_y から求めると，a_t は $\boxed{ウ}$ と等しいことを示せ。

(3) 以下では，斜面は固定されておらず，水平方向に動くことができる場合について考える。斜面を質量 M の物体Bとし，Bと水平面との間には摩擦力はないものとする。図4にA，Bの運動のようすを示す。A，Bともに静止した状態で，時刻 $t=0$ でAを(0, 0)の点で静かにはなした。Aには，重力とBからの垂直抗力 $\overrightarrow{F_B}$ がはたらく。Bには重力，水平面からの抗力，Aからの力 $\overrightarrow{F_A}$ がはたらく。BはAからの力を受けて水平方向に運動する。

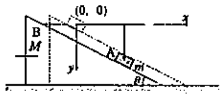


図4

(f) $\overrightarrow{F_B}$ と $\overrightarrow{F_A}$ にはどのような関係があるか，また，その関係を表す法則名を書け。

Aの加速度と速度の x 成分，y 成分をそれぞれ，a_x と v_x，a_y と v_y とする。また，Bの加速度と速度の x 成分をそれぞれ a_B と V_B とする。a_x と a_B の関係は，$Ma_B = -ma_x$ である。

(g) V_B を M，m，v_x を用いて表せ。

(h) 斜面Bが移動するので，小物体Aが斜面上を運動する条件は，(2)で求めたものとは異なる。図4を考慮して，v_y を v_x，V_B，θ で表せ。

AとBの運動エネルギー K_A と K_B は，(g)，(h)の関係より v_y のみで示すことができる。詳しい計算をするとAとBの運動エネルギーの和について①式に似た形の③式が示される。

$$K_A + K_B = \frac{(M + m\sin^2\theta)}{(M+m)\sin^2\theta} \times \frac{1}{2} m v_y^2 = D \times \frac{1}{2} m v_y^2 \quad (D\text{は定数}) \quad \cdots\cdots ③$$

この結果，力学的エネルギー保存の法則は，$D \times \frac{1}{2} m v_y^2 = mgy$ と示されるので，この運動でのAの加速度の y 成分 a_y は，(2)と同様に考えることにより，④式で表される。

$$a_y = \frac{g}{D} \quad \cdots\cdots ④$$

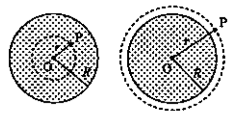
(i) a_y を m，M，θ，g を用いて表せ。

(j) m を M に比べて非常に大きくすると，a_y はどのような値に近づくか答えよ。また，そのときの運動の特徴を述べよ $\left(a_x = \dfrac{M\cos\theta}{(M+m)\sin\theta} a_y \text{である}\right)$。

埼玉医科大学　予想問題

8 次の文章を読み，$\boxed{ア}$～$\boxed{サ}$ に適切な数式を記入せよ。$\boxed{い}$～$\boxed{ほ}$ に対しては，指定された選択肢から最も適切なものを選べ。なお，$\boxed{い}$，$\boxed{ろ}$，$\boxed{ほ}$ には同じ選択肢を選んでもよい。$\boxed{ア}$～$\boxed{サ}$ に記入する数式では，数字以外の文字としては π，k，m，Q，R，r のみを用いること。

図のように，正の電荷が半径 R の球の内部に一様に分布しており，その電気量の総和は，Q である。この球の中心Oから距離 r の位置に点Pをとる。クーロンの法則の比例定数を k とし，地球の重力や地磁気の影響はないものとする。



(a) $0<r<R$　　(b) $r>R$

[A] 半径 R の球における単位体積当たりの電気量は $\boxed{ア}$ である。電場の強さ E は電場に垂直な面を貫く単位面積当たりの電気力線の本数に等しい。物体が正の電気量 q をもっているとき，この物体から出る電気力線の本数は $4\pi kq$ である。このことは，物体に電荷が連続的に分布している場合にも成りたつ。これらに従い，点Pにおける電場を求めよう。なお，ここでは，点Oを中心とする半径 r の球の外側の部分の電荷は，点Pにおける電場とは無関係であると考えてよい。まず，$0<r<R$ の場合，点Oを中心とする半径 r の球の内部の電気量は $\boxed{イ}$ であり，この半径 r の球の表面を貫く電気力線の本数は $\boxed{ウ}$ である。この結果，点Pにおける電場の強さは $\boxed{エ}$ と表され，その電場の向きは $\boxed{い}$ である。次に，$r>R$ の場合，点Oを中心とする半径 r の球の内部の電気量は $\boxed{オ}$ であり，この半径 r の球の表面を貫く電気力線の本数は $\boxed{カ}$ である。この結果，点Pにおける電場の強さは $\boxed{キ}$ と表され，その電場の向きは $\boxed{ろ}$ である。距離 r と電場の強さ E との関係を図示すると，$\boxed{は}$ のようになる（E-r グラフ）。

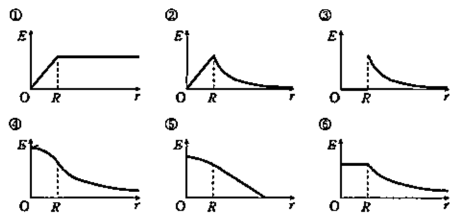
電位の基準点を無限遠の点とすると，点Pにおける電位 V は，$r>R$ では $\boxed{ク}$ となることが知られている。これは距離 r での電位 V が，+1Cの電荷を基準点から，距離 r の位置まで，静電気力に逆らって移動させるのに必要な仕事に等しいことにより求められる。この仕事は，E-r グラフにおいて，距離 r と電場の強さ E との関係を与える曲線，r 軸，および，距離 r の位置での E 軸に平行な直線で囲まれる領域の面積に等しい。以上から，距離 r と電位 V との関係を図示すると，$\boxed{に}$ のようになる。

[B] 次に，この半径 R の球の内部または外部に負の電気量 $-Q$ $(Q>0)$ をもつ点電荷がある場合を考える。この点電荷の質量を m とする。ただし，半径 R の球における電荷の分布は，この点電荷によって変化しないとする。この点電荷が点Pに存在するとき，この点電荷がもつ，静電気力による位置エネルギーは，$r>R$ では $\boxed{ケ}$ である。距離 r が $0<r<R$ を満たす場合，点Pに存在するこの点電荷にはたらく力の大きさは $\boxed{コ}$ であり，その力の向きは $\boxed{ほ}$ である。この点電荷に外部から力を加えて，この点電荷を半径 R の球内の点P$(0<r<R)$で静止させていたとする。外部から加えていた力を静かに取り除くと，この点電荷は復元力を受け，角振動数 $\boxed{サ}$ で単振動をする。ただし，外部から加えた力によって半径 R の球は移動しないとする。

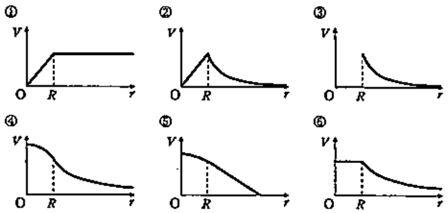
$\boxed{い}$，$\boxed{ろ}$，$\boxed{ほ}$ に対する選択肢

① 球の表面に垂直で，球の中心Oに向かう向き
② 球の表面に垂直で，球の中心Oから外側に向かう向き
③ 球の中心Oと点Pを通る直線に垂直で，この直線に向かう向き
④ 球の中心Oと点Pを通る直線に垂直で，この直線から離れる向き
⑤ 球の中心Oを始点として，らせん状に回転する向き
⑥ 球の中心Oを終点として，らせん状に回転する向き

$\boxed{は}$ に対する選択肢



$\boxed{に}$ に対する選択肢



9 次の文章を読み，文章中の $\boxed{}$ に入る最も適当な式，または数値を答えよ。

図1のように，抵抗値が R，$2R$，$3R$ の3個の抵抗，電気容量が C の2個のコンデンサー，内部抵抗の無視できる起電力 $6V_0$ の電池，およびスイッチ S_1，S_2，S_3 からなる回路がある。はじめ，2個のコンデンサーには電荷はたくわえられておらず，全てのスイッチは開いている。回路中の点Oの電位を0とする。

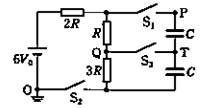


図1

図1の状態からスイッチ S_1 を閉じたのち，スイッチ S_2 を閉じた（図2）。スイッチ S_2 を閉じた直後に，点Qを流れた電流の大きさは $\boxed{ア}$ で，点Tを流れた電流の大きさは $\boxed{イ}$ である。また，スイッチ S_2 を閉じてから十分に時間が経過したときに，点Qを流れている電流の大きさは $\boxed{ウ}$ で，点Tの電位は $\boxed{エ}$ である。

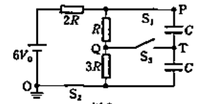


図2

続いて，図2の状態からスイッチ S_2 を閉じたままスイッチ S_1 を開いたのち，スイッチ S_3 を閉じて，十分に時間が経過した（図3）。図3の点Pの電位は $\boxed{オ}$ である。

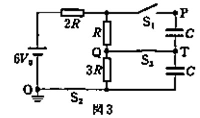


図3

次に，図3の状態からスイッチ S_3 を開いたのち，スイッチ S_1 をふたたび閉じて，十分に時間が経過した（図4）。図4で点Pの電位は $\boxed{カ}$ であり，2個のコンデンサーの点T側の全電荷は $\boxed{キ}$ である。また，点Tの電位は $\boxed{ク}$ である。

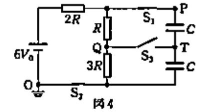


図4

さらに，図4の状態からスイッチ S_2 を開いて十分に時間が経過した（図5）。図5の点Qの電位は $\boxed{ケ}$ であり，点Pと点Tの電位差は $\boxed{コ}$ である。

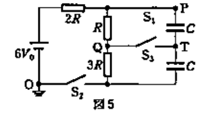


図5

10　次の$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ケ}}$〜$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{ス}}$に下の解答群から最も適する答えを選んで，その番号を入れよ。また，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{シ}}$には適する数値を入れよ。

図1のように，導線によって断面積がS[m^2]の円形となるように1巻きで形成されたコイルC_1が一様な磁界（磁場）に置かれている。C_1はさらに導線によって抵抗に接続されている。C_1および導線の電気抵抗はないものとする。ここで，磁束線はC_1に対して垂直であり，その磁束密度B[T]が図2のように時刻t[s]とともに変化する場合を考える。

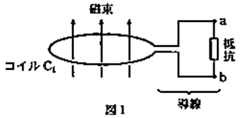


図1

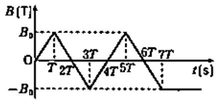


図2

$\boxed{\text{ア}}$の法則によれば，C_1には外部から加えられた磁束の変化を打ち消す向きに磁束が発生するように誘導電流が流れる。この誘導電流を発生させるのが誘導起電力である。誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{イ}}$の電磁誘導の法則から求めることができ，$T<t<3T$[s]の間における誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ウ}}$[V]で表される。

この状態において，磁束密度B_0[T]を5.0 T，C_1の断面積S[m^2]を4.0×10^{-2}m^2，$T=0.10$ sとすると，誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{エ}}$Vである。さらに抵抗の抵抗値が$R=80\ \Omega$であるとすると，抵抗に流れる電流は$\boxed{\text{オ}}$Aとなる。このとき，抵抗の両端a，bにおける電位は$\boxed{\text{カ}}$ので，抵抗を流れる電流の向きは$\boxed{\text{キ}}$となる。

さらに，時刻$t>7T$[s]において一定の磁束密度となってから十分に時間が経過したときにC_1に発生する誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ク}}$Vである。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$の解答群

① ローレンツ　② フレミング　③ オーム
④ ジュール　⑤ キルヒホッフ　⑥ ファラデー
⑦ クーロン　⑧ レンツ　⑨ ホール

$\boxed{\text{ウ}}$の解答群

① $\dfrac{4B_0S}{T}$　② $\dfrac{2B_0S}{T}$　③ $\dfrac{B_0S}{T}$　④ $\dfrac{B_0S}{2T}$
⑤ $\dfrac{4B_0T}{S}$　⑥ $\dfrac{2B_0T}{S}$　⑦ $\dfrac{B_0T}{S}$　⑧ $\dfrac{B_0T}{2S}$

$\boxed{\text{カ}}$の解答群

① aがbよりも高い　② bがaよりも高い

$\boxed{\text{キ}}$の解答群

① a→b　② b→a

次に，図3のように，コイルC_1の円周と同じ長さで表面が絶縁された導線を1回捻（ねじ）って2つの円となるようにして，同一平面内でこれら2つの円の断面積が等しくなるような形に変形させたコイルC_2を考える。さらに図4のように，やはりC_1の円周と同じ長さで表面が絶縁された導線を2回捻って3つの円となるようにして，同一平面内でこれら3つの円の断面積が等しくなるような形に変形させたコイルC_3を考える。コイルC_2とC_3を個別に，磁束密度が図2と同じ変化をする磁界中に置いた。

時刻$T<t<3T$[s]の間におけるC_1のときの誘導起電力に対して，C_2の誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ケ}}$倍となり，C_3の誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{コ}}$倍となる。

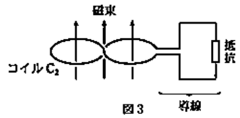


図3

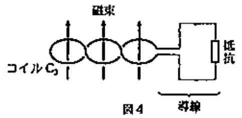


図4

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$の解答群

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{1}{3}$　③ $\dfrac{1}{4}$　④ $\dfrac{1}{6}$　⑤ $\dfrac{1}{9}$　⑥ 0

抵抗に電圧V[V]が加わると，抵抗にはジュール熱が発生し，抵抗値をR[Ω]としたときに，t[s]間に発生する熱量の一般式は，$Q=\boxed{\text{サ}}$[J]となる。ここで，時間とともに変化する大きさが未知の磁界中に，$R=80\ \Omega$のC_1を10秒間放置したところ，一定の起電力V'[V]が生じ，0.18 Jの熱が発生した。抵抗値が温度によらず一定であるとすると，発生した起電力は$\boxed{\text{シ}}$Vである。

C_1および導線の合成された抵抗値が0 Ωではなくr[Ω]であったとする。図1において，C_1と導線および抵抗のすべてが合成された抵抗値をR[Ω]に保つためには，抵抗と並列に$\boxed{\text{ス}}$[Ω]を付加すればよい。

$\boxed{\text{サ}}$の解答群

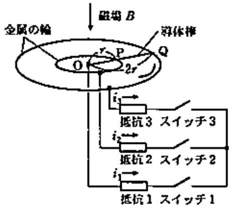
① $\dfrac{RV}{t}$　② $\dfrac{V}{Rt}$　③ $\dfrac{V}{R}t$　④ $\dfrac{V^2}{R}t$　⑤ $\dfrac{V^2}{R}t^2$　⑥ $\dfrac{V}{R}t^2$

$\boxed{\text{ス}}$の解答群

① $\dfrac{r(R+r)}{R}$　② $\dfrac{r(R-r)}{R}$　③ $\dfrac{R(R+r)}{r}$
④ $\dfrac{R(R-r)}{r}$　⑤ $\dfrac{Rr}{R+r}$　⑥ $\dfrac{Rr}{R-r}$

11　次の文章を読み，$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{ケ}}$に入る適切な数式あるいは数値を記入せよ。

図のように，鉛直下向きで磁束密度B[T]の一様な磁場中に，半径r[m]と半径$2r$[m]の2つの金属の輪を，点Oを中心として水平に設置する。これらの金属の輪の上に，長さ$2r$[m]の導体棒を，その一端が点Oに一致するように置き，導体棒と内側の金属の輪が接する点をP，導体棒と外側の金属の輪が接する点をQとする。この導体棒は，点Oを中心として，常に2つの金属の輪に接触した状態で，なめらかに回転できる。今，導体棒は，一定の角速度ω[rad/s]で，上から見て時計回りに回転している。



導体棒の点Oと2つの金属の輪には，それぞれ導線が接続され，抵抗値R[Ω]の抵抗1，2，3，スイッチ1，2，3とともに，回路をつくっている。抵抗1，2，3に流れる電流を，それぞれ，i_1，i_2，i_3[A]と表すことにし，これらはすべて，抵抗からスイッチに向かう向きに電流が流れる場合を，正の値とする。なお，抵抗と示されたもの以外の電気抵抗，回路に流れる電流によって生じる磁場は，無視できるものとする。

[A]　回路のスイッチ1，2，3のすべてを開いた状態のとき，導体棒OQが1秒間に磁場を横切る面積は$\boxed{\text{ア}}$[m^2]であり，OQが1秒間に横切る磁束は$\boxed{\text{イ}}$[Wb]である。したがって，OQ間に生じる誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ウ}}$[V]である。また，OP間に生じる誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ウ}}$[V]の$\boxed{\text{エ}}$倍，PQ間に生じる誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{ウ}}$[V]の$\boxed{\text{オ}}$倍である。

[B]　回路のスイッチ3を開いたままスイッチ1と2を閉じた。この状態のとき，電流の向きを表す符号も考慮して，$i_2=\boxed{\text{カ}}$[A]である。また，回路のスイッチ1を開いてスイッチ2と3を閉じた状態のときは，$i_2=\boxed{\text{キ}}$[A]である。

[C]　回路のスイッチ1，2，3のすべてを閉じた状態のときは，$\dfrac{i_2}{i_1}=\boxed{\text{ク}}$，

$\dfrac{i_3}{i_1}=\boxed{\text{ケ}}$となる。

12　次の文章を読み，次の問いに答えよ。

厚さが無視できる半径Rの球形の空洞容器（球殻）がなめらかに動くピストンのついたシリンダーと体積の無視できる細管でつながれている。初め，細管は閉じられていて球殻内のみに質量mの単原子分子N個からなる理想気体が封入されていた。

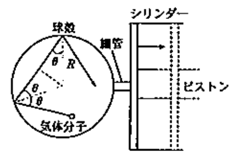


図1

分子の1つが速さvで運動していて，図1のように角θで球殻に衝突している。衝突前後でこの分子の速さは変わらず，その速度は球面に垂直な成分の向きのみが逆になる。この衝突による分子の運動量の変化$\boxed{\text{ア}}$は力積として球殻に与えられる。分子どうしでは衝突しない場合，この分子は衝突から次の衝突までの移動距離$\boxed{\text{イ}}$を速さvで移動し，時間$\boxed{\text{ウ}}$ごとに衝突をくり返す。つまり，角θで球殻に衝突する分子は1回当たり力積(ア)を球殻に与える衝突を単位時間当たり$\boxed{\text{エ}}$回起こすので，この分子が球殻に与える単位時間当たりの力積の大きさは$\boxed{\text{オ}}$となる。このように，分子1個が球殻全体に与える力積の大きさ(オ)は衝突角θによらないことがわかる。

平均の速さがvの分子N個からなる気体は大きさ$\boxed{\text{カ}}$の力を表面積$4\pi R^2$の球殻全体に及ぼしているので，気体の圧力は

$$p=\boxed{\text{キ}}\times\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right)^{-1}$$

となる。球殻内部の体積$\dfrac{4\pi}{3}R^3$をVとおくと，気体の圧力と体積の積pVは気体分子の運動エネルギーの総和に比例することがわかる。このpVと温度Tの理想気体の状態方程式$pV=NkT$（kはボルツマン定数）との比較から，微視的な気体分子1個当たりの運動エネルギーの平均が巨視的な量の温度Tで表せる。したがって，巨視的な量の気体の内部エネルギーも$\boxed{\text{ク}}\times T$と表せる。

(1)　$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{ク}}$に適切な式を入れよ。

この気体が体積を保って温度TからΔTだけ変化するとき，気体の$\boxed{\text{い}}$の変化は(ク)$\times\Delta T$となる。一方，①一定体積の気体は外部に仕事をしないので，$\boxed{\text{ろ}}$より，②気体に出入りした熱量と気体の内部エネルギーの変化は等しい。このように，③一定体積の気体が外部とやりとりするエネルギーの種類は熱のみで，その量は変化前後の温度差ΔTのみによることがわかる。

次に，気体の体積が変化できるように細管を開いた。

この気体が温度Tを保って体積VからわずかにΔVだけ変化するとき，気体がする仕事は$NkT\dfrac{\Delta V}{V}$となる。これから，温度Tを保って体積がV_0からそのS倍のSV_0に変化するときの気体がする仕事は$NkT\log S$となる。一方，一定温度の気体の(い)は変化しないので，(ろ)から，④気体に加えた熱量は気体がする仕事に等しい。したがって，⑤等温変化する気体に出入りした熱量を温度でわった量は$Nk\log S$のように変化前後の体積比Sのみによる。

(2)　$\boxed{\text{い}}$，$\boxed{\text{ろ}}$に適切な語句を入れよ。

この気体を体積V_L，温度T_Lの状態Aから図2に示すサイクルA→B→C→D→Aの状態変化をさせて，もとの状態Aにもどした。気体は，定積過程A→Bで温度がT_Hまで上昇し，等温過程B→Cで熱量Q_Hを吸収して体積SV_Lに膨張し，定積過程C→Dで温度がT_Lまで下降し，D→Aで熱量Q_Lを放出して体積V_Lに収縮した。

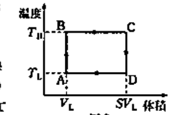


図2

(a)気体はA→Bで外部から受け取ったエネルギーと同量のエネルギーをC→Dで外部に放出する。したがって，サイクルを通して気体が外部とやりとりしたエネルギーの収支はB→CとD→Aのみを考えればよい。(b)B→CとD→Aで気体が外部にする仕事はそれぞれ$W_{BC}=Q_H$と$W_{DA}=-Q_L$となる。したがって，サイクルを通して気体が外部にした正味の仕事$W=W_{BC}+W_{DA}$はQ_H-Q_Lとなる。一方，(c)$\dfrac{Q_H}{T_H}=\dfrac{Q_L}{T_L}$が成りたつので，このサイクルで与えた熱量$Q_H$を正味の仕事$W$に変換する割合である熱効率は$e=\dfrac{W}{Q_H}=\boxed{\text{ケ}}$のように温度$T_H$と$T_L$のみで表せる。このように，有限の温度の環境では与えた熱Q_Hのすべてを仕事Wに$\boxed{\text{は}}$ことがわかる。

(3)　下線部(a)〜(c)の各々について，それが成りたつ理由として最も適切なものを下線部①〜⑤から1つ選んで答えよ。

(4)　$\boxed{\text{ケ}}$に適切な式を入れよ。

(5)　$\boxed{\text{は}}$に適切な語句を入れよ。

13　断熱材で作られた円筒型シリンダー（断面積S）とシリンダー内を摩擦なく移動するピストン（断面積S，質量m）がある。図1のように，シリンダーを単原子分子の理想気体（圧力p_0）中に鉛直に立て，ピストンの上面中央につけた軽いひもを持って，ピストンをゆっくり降ろしてシリンダー内に差しこんだ。図2のように，ピストンはシリンダーの底面につく前に静止したので，ひもを静かにはなした。このとき，シリンダー内の気体の体積をV，圧力をp，温度をTとする。

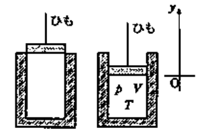


図1　図2

ピストンが静止した状態から，再びひもを持ってピストンを微小な距離だけ引き上げてから静かにはなしたところ，ピストンが単振動を始めた。振動中に，シリンダー内の気体の体積がVから$V+\Delta V$に変化したとき，圧力と温度はそれぞれΔpとΔTだけ変化した。このとき，$\Delta p\Delta V=0$とみなせ，次式が近似的に成りたつ。$\dfrac{\Delta T}{T}=\dfrac{\Delta p}{p}+\dfrac{\Delta V}{V}$ ……①

気体定数をR，重力加速度の大きさをgとして，次の問いに答えよ。

(1)　ピストンが静止した状態におけるシリンダー内の気体の圧力pを，S，m，p_0，V，T，R，gのうち必要なもので表せ。

(2)　$\Delta V>0$のときΔpの正負(a)とΔTの正負(b)を「正」または「負」で答えよ。

(3)　シリンダー内の気体の体積がVから$V+\Delta V$に変化したとき，内部エネルギー変化はいくらか。

(4)　$\Delta p=A\Delta V$の関係がある。AをV，p，Tのうち必要なもので表せ。

(5)　ピストンの振動数(f)はいくらか。導出過程では，図2のように，ピストンが静止した状態におけるピストンの底面を原点に，鉛直上方にy軸をとり，ピストンの位置座標yを用いよ。

14　次の文章の空欄$\boxed{\phantom{\text{ア}}}$の中に適当な数字，式，あるいは単語を代入して文を完成させよ。ただし，プランクの定数をh，円周率をπとする。

ボーアは水素原子内で，電荷$-e$，質量mの電子が，電荷$+e$の原子核を中心とした半径rの円軌道上を，速さvで等速円運動をしているとして（図1），これらの間には　$mvr=n\times\boxed{\text{ア}}$　の関係があることを仮定した。これをボーアの量子条件とよぶ。ここでnは正の整数である。ド・ブロイは電子が波長　$\lambda=\boxed{\text{イ}}$　をもった波と考え，ボーアの量子条件が定常波のできる条件に一致することを示した。ボーアの量子条件を考慮して水素の原子核のまわりの電子の運動を考えてみよう。

図1

電子のもつ運動エネルギーKと静電気力による位置エネルギーUはそれぞれ

$K=\dfrac{mv^2}{2}$　および　$U=-\dfrac{ke^2}{r}$　である。ここで，kは静電気力の比例係数である。

水素の原子核と電子の間にはたらく静電気力が電子の円運動の向心力となるから，

$\dfrac{ke^2}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}$　である。これより電子のもつ力学的エネルギーEをk，e，rで表せば，

$E=K+U=\boxed{\text{ウ}}$　となる。また，上の力のつりあいの式とボーアの量子条件からvを消去して，$r=n^2\times\boxed{\text{エ}}$　を得る。これらのことからEはnを用いて

$E=\boxed{\text{オ}}\times n^{-2}$　と表され，電子のエネルギーはとびとびの値しかとることができない。電子がとることのできるエネルギーの1つ1つの値を水素原子のエネルギー準位という。

アインシュタインによれば光もまた粒子である。この粒子を光子とよぶ。振動数fをもった光子1個のエネルギーは$\boxed{\text{カ}}$で与えられる。水素原子内で電子がエネルギーEをもった準位から，異なったエネルギーE'をもった準位へ移るとき，光子1個を放出または吸収する。このときの光子のエネルギーは$\boxed{\text{キ}}$に等しく，光子の振動数は$f=\boxed{\text{ク}}$　に等しい（注：(キ)と(ク)は絶対値で表すこと）。

水素原子内で電子が$n=1$で与えられるエネルギーをもった準位から$n=2$のエネルギー準位へ移るとき，振動数がf_0の光子1個を吸収するものとする（図2）。$n=1$のエネルギー準位にある水素原子が電子を放出する（イオン化する）ためには，吸収する光子の振動数は　$\boxed{\text{ケ}}\times f_0$　より大きくなければならない。このとき吸収した光子の振動数が$2f_0$だとすれば，イオン化によって飛び出してくる電子の運動エネルギーは吸収した光子のエネルギーの$\boxed{\text{コ}}$倍であると予想される。

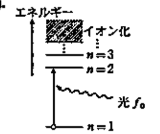


図2

15　光の粒子性と電子の波動性について考える。光の速さを c，電子の質量を m，電子の電荷を $-e$，プランク定数を h として，以下の問いに答えよ。

(1)　光を用いて加速される宇宙船の運動を光の粒子性から考える。後部に光を完全反射する鏡をつけた宇宙船をつくり，この宇宙船の鏡に単色光（波長 λ）を，単位時間当たりのエネルギー I で，後方から垂直に照射する。ただし，反射による光の波長の変化はないものとする。

(a)　照射される光子1個がもつ運動量はいくらか。

(b)　照射される光子1個がもつエネルギーはいくらか。

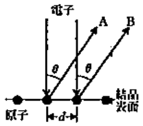
(c)　単位時間当たりに照射される光子の数はいくらか。

(d)　光子1個が静止した宇宙船の鏡で反射された場合，宇宙船の受ける力積はいくらか。

(e)　静止した宇宙船が照射される単色光によって受ける力を求めよ。

(f)　宇宙船の質量を 1.0×10^{3} kg とする。静止した状態の宇宙船に単色光を照射して，最初の加速度として $10\,\mathrm{m/s^2}$ を得るには，単位時間当たりのエネルギー I はいくら必要か。ただし，重力を無視し，$c=3.0\times10^{8}$ m/s とせよ。

(2)　次に電子の波動性について考える。静止している電子を電位差 V で加速して得られた電子線を，図のように結晶表面に垂直に照射して，散乱される電子を観測する。



(a)　照射される電子1個がもつエネルギーはいくらか。

(b)　照射される電子波の波長 λ_e はいくらか。

(c)　電子は結晶表面でのみ散乱されるとする。図は，となりあう原子によって角度 θ の方向に散乱される電子波を示している。このとき，電子波の経路AとBの経路差を求めよ。ただし，となりあう原子の間隔を d とせよ。

(d)　散乱される電子波が干渉して強めあうときの角度 θ と d，λ_e の関係を n（$=1, 2, 3, \cdots$）を用いて表せ。

(e)　$d=2.2\times10^{-10}$ m の結晶において，角度 $\theta=45°$ に $n=1$ の強めあった電子波が観測されるためには，電位差 V をいくらにすればよいか。ただし，$h=6.6\times10^{-34}$ J·s，$m=9.1\times10^{-31}$ kg，$e=1.6\times10^{-19}$ C とせよ。

16　以下の中性子に関する説明文で，(1)〜(3)の $\boxed{}$ には m，M，u，u'，V を用いて数式を記入し，(4)〜(16)の $\boxed{}$ には，数値を記入し，[　] は①，②，③から正しいものを選び文章を完成させよ。

中性子をいろいろな物質に当てると，それらを構成している原子の原子核が飛び出してくる。1932年にチャドウィックは，中性子は陽子程度の質量をもつ電荷をもたない粒子であるとすると，この現象を無理なく説明できることを次のような考察により示し，中性子が粒子であることを確かなものとした。

中性子は電荷をもたないので，容易に原子核と衝突することができる。静止している質量 M の原子核に，中性子が正面衝突する場合を考える。中性子の質量を m，衝突前の速さを u，衝突後の速さを u'，原子核の衝突後の速さを V とすると，運動量保存則 $\boxed{(1)}$ が成り立つ。衝突を弾性衝突とすると，力学的エネルギー保存則が成り立ち $\boxed{(2)}$ と書ける。(1)と(2)から u' を消去すると，V と u の関係は $V=\boxed{(3)}u$ と求まる。中性子をいろいろな物質に当ててみる。もし，中性子の質量が陽子の質量と等しいとすると，速さ u の中性子を当てたとき，陽子が飛び出すならば，その速さ V_1 は u の $\boxed{(4)}$ 倍であり，ヘリウムの原子核が飛び出すならば，その速さ V_2 は u の $\boxed{(5)}$ 倍なので，$\dfrac{V_2}{V_1}=\boxed{(6)}$ となる。これは実験結果と良く一致する。同じことを，いろいろな物質に対して調べると，中性子が陽子とほとんど同じ質量をもつ粒子であるとすると矛盾がないことが確かめられる。

中性子は，単独で存在するときは不安定で，約10分の半減期で崩壊する。原子核内では陽子間にはたらく斥力の [(7)　①　万有引力　②　電気力　③　核力] よりもはるかに強い力の [(8)　①　万有引力　②　電気力　③　核力] がはたらき，陽子と中性子で安定な原子核をつくるが，ある種の放射性同位体の場合は陽子数と中性子数のバランスがくずれていて，不安定となった中性子が崩壊する。例えば，炭素 ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ は，陽子 $\boxed{(9)}$ 個と中性子 $\boxed{(10)}$ 個をもち安定であるが，この放射性同位体である炭素 ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は，陽子 $\boxed{(11)}$ 個と中性子 $\boxed{(12)}$ 個をもち不安定で，高速の電子1個とニュートリノを放出して別の原子核に変化する。この半減期は5730年である。この崩壊は [(13)　①　α　②　β　③　γ] 崩壊といわれ，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は [(14)　①　${}^{10}_{4}\mathrm{Be}$　②　${}^{14}_{5}\mathrm{Be}$　③　${}^{14}_{7}\mathrm{N}$] に変化する。

放射性同位体 ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の(13)崩壊を利用して，古生物の年代を推定することができる。大気中の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は(14)に宇宙線が照射されて生成されるが，一方，崩壊して(14)になるので，生成と崩壊がつりあい，いつの時代でも大気中には一定の割合で ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が存在している。生物が生きていれば，その体内にも同じ割合で ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が存在していると考えられるが，死ぬと ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ を取り込めなくなるので，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は半減期5730年で減り続けている。したがって，化石中の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ を測定すれば，その生物が死んでから何年経過したかがわかる。もし，化石中の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が大気中の $\dfrac{1}{4}$ に減少しているとすると，その生物は死後 $\boxed{(15)}$ 年経過し，$\dfrac{1}{8}$ に減少しているとすると $\boxed{(16)}$ 年経過したといえる。この年代測定法は，1947年にリビーらによって開発されたもので，考古学，地質学など多くの分野で現在用いられている。

1 (1)　カプセルの質量を M_1 とすると，カプセルの中心は，カプセルが地球から受ける万有引力を向心力として，半径 r の等速円運動をする。その速さを v とすると向心加速度は $\dfrac{v^2}{r}$ なので中心方向の運動方程式は

$$M_1\frac{v^2}{r}=G\frac{MM_1}{r^2}$$

よって　$v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$

周期を T とすると円運動の周期の式「$T=\dfrac{2\pi r}{v}$」より

$$T=\frac{2\pi r}{v}=2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$$

角速度を ω とすると「$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$」より

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

(2)　小球が位置 x（$x_0\leqq x\leqq l$）にあるとき，地球の中心との距離は $r+x$ である。また，小球にはたらく万有引力の x 成分は負の向きであるので，万有引力の法則「$F=G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$」より

$$-G\frac{Mm}{(r+x)^2}=-\frac{GMm}{r^2}\left(1+\frac{x}{r}\right)^{-2}$$
$$\fallingdotseq-\frac{GMm}{r^2}\left(1-2\frac{x}{r}\right)$$

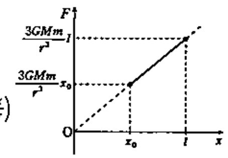
(3)　円筒とともに回転する観測者から見ると，小球にはたらく力の x 成分は，(2)の万有引力と遠心力の合力である。遠心力の大きさは(1)の角速度 ω より

$$m(r+x)\omega^2=m(r+x)\frac{GM}{r^3}$$
$$=\frac{GMm}{r^2}\left(1+\frac{x}{r}\right)$$

であるから

$$F=-\frac{GMm}{r^2}\left(1-2\frac{x}{r}\right)+\frac{GMm}{r^2}\left(1+\frac{x}{r}\right)$$
$$=\frac{3GMm}{r^3}x$$

グラフは図aのようになる。



図a

(4)　F が小球に対してした仕事は，(3)のグラフで，x 軸と直線が $x_0\leqq x\leqq l$ ではさむ台形の面積で表されるので

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3GMm}{r^3}(x_0+l)(l-x_0)=\frac{3GMm(l^2-x_0{}^2)}{2r^3}$$

(5)　(4)で求めた仕事の分だけ，円筒とともに回転する観測者から見て小球の運動エネルギーが変化する。$x=x_0$ において運動エネルギーは0であるから，求める速度の x 成分を V として

$$\frac{1}{2}mV^2-0=\frac{3GMm(l^2-x_0{}^2)}{2r^3}$$

$V>0$ と考えられるので

$$V=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{3GM(l^2-x_0{}^2)}{r}}$$

2 (1)　(ア)　求める速さを v_0 とすると，運動量保存則より

$mV=(M+m)v_0$　　よって　$v_0=\dfrac{m}{M+m}V$

(イ)　ばねの自然の長さからの縮みを x_0 とすると，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mV^2=\frac{1}{2}(M+m)v_0{}^2+\frac{1}{2}kx_0{}^2$$

よって　$kx_0{}^2=mV^2\left(1-\dfrac{m}{M+m}\right)=\dfrac{Mm}{M+m}V^2$

ゆえに　$x_0=V\sqrt{\dfrac{Mm}{k(M+m)}}$

したがって，このときのばねの長さは

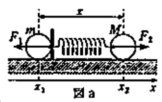
$$l-x_0=l-V\sqrt{\frac{Mm}{k(M+m)}}$$

(2)　(ウ)，(エ)　このときのばねの縮みは $l-x$ であるから，小物体1が板から受ける力 F_1 は

$F_1=-k(l-x)$

また，小物体2がばねから受ける力 F_2 は

$F_2=k(l-x)$



図a

である。よって，小物体1と小物体2の運動方程式は

$ma_1=-k(l-x)$　……(ウ)　　……[a]

$Ma_2=k(l-x)$　……(エ)　　……[b]

(オ)　[a]式に M をかけると

$Mma_1=-kM(l-x)$　　……[c]

[b]式に m をかけると

$mMa_2=km(l-x)$　　……[d]

[d]式から[c]式を辺々引くと

$Mm(a_2-a_1)=(m+M)k(l-x)$

$a=a_2-a_1$ であるから

$\dfrac{Mm}{M+m}a=k(l-x)=-k(x-l)$　……[e]

(カ)　小物体1から見た小物体2は，最初に小物体2が静止していた位置を中心にして振幅 x_0 の単振動をする。時刻 t_0 から時刻 t_1 までの間に，小物体2は振動の中心から左向きに x_0 だけ運動するから，これは1振動の $\dfrac{1}{4}$ になる。よって，この単振動の周期を T とすると　$t_1-t_0=\dfrac{1}{4}T$

(キ)　$y=x-l$ とおくと，[e]式は

$$\frac{Mm}{M+m}a=-ky$$

となる。よって　$a=-\dfrac{k(M+m)}{Mm}y$

角振動数を ω とすると，単振動の加速度の式「$a=-\omega^2x$」より $a=-\omega^2y$ と表されるから

$\omega^2=\dfrac{k(M+m)}{Mm}$　　ゆえに　$\omega=\sqrt{\dfrac{k(M+m)}{Mm}}$

周期 T は　$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{Mm}{k(M+m)}}$

したがって　$t_1-t_0=\dfrac{1}{4}T=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{Mm}{k(M+m)}}$

(3)　(ク)　重心の式「$x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$」より

$$X=\frac{mx_1+Mx_2}{M+m}$$

(ケ)　[a]式と[b]式を辺々加えると　$ma_1+Ma_2=0$

(コ)　時刻 t_0 の後の重心の加速度 a_G は，(ケ)の結果より

$$a_G=\frac{ma_1+Ma_2}{M+m}=0$$

であるから，重心は等速度運動をする。

小物体1と小物体2の速度をそれぞれ v_1，v_2 とすると，重心の速度 v_G は

$$v_G=\frac{mv_1+Mv_2}{M+m}$$

と表される。衝突の前後で小物体1と小物体2の運動量の和 mv_1+Mv_2 が保存されるから，v_G は衝突の前後で一定である。

以上より，答えは　①

(4)　(サ)，(シ)　時刻 t_1 にいったん縮んだ（$x=l-x_0$）ばねが，時刻 t_2 では自然の長さ l に戻る（$x=l$）。

l　……(シ)

よって，図bからわかるように，このときの相対速度は負である。①　……(サ)

図b

(ス)，(セ)　時刻 t_2 の小物体1，2の速度を V_1，V_2 とすると，運動量保存則より

$mV=mV_1+MV_2$　……[f]

このときばねは自然の長さ l であるから，弾性エネルギーは0である。ゆえに，力学的エネルギー保存則より

$\dfrac{1}{2}mV^2=\dfrac{1}{2}mV_1{}^2+\dfrac{1}{2}MV_2{}^2$　……[g]

このとき小物体1が静止するなら $V_1=0$ であるから，[f]式は

$mV=MV_2$　　よって　$V_2=\dfrac{m}{M}V$

[g]式は，この関係を用いて　$\dfrac{1}{2}mV^2=\dfrac{1}{2}M\left(\dfrac{m}{M}V\right)^2$

したがって　$m=M\left(\dfrac{m}{M}\right)^2$　　ゆえに　$m=1\cdot M$　……(ス)

$V_2=\dfrac{m}{M}V=V$　……(セ)

3 (1)　ばねの自然の長さからの伸びを A_0 とすると，滑車にかかる軽い糸の左端はフックの法則「$F=kx$」より弾性力 kA_0 を受けている。作用反作用の法則より，糸の張力は kA_0 であり，軽い糸の両端の張力の大きさは等しいので，小球は軽い糸の右端から上向きに kA_0 の張力を受けている。小球にはたらく張力と重力のつりあいは

$$kA_0=mg \qquad よって \quad A_0=\frac{mg}{k}$$

(2)　小球を x $(x<0)$ の位置まで引いたときばねの自然の長さからの伸びは A_0-x となる（x の符号に注意）ので，小球が受ける力は図 a のようになる。

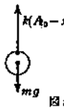


図 a

小球が受ける合力 F は

$$F=k(A_0-x)-mg$$
$$=k\left(\frac{mg}{k}-x\right)-mg \quad \cdots\cdots ①$$
$$=-kx \quad \cdots\cdots ②$$

したがって，小球は水平ばねと同様に，振幅 A の単振動をする。よって，ばね振り子の周期の式より

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

加速度を a とすると運動方程式は ② 式より

$$ma=-kx$$

加速度の大きさの最大値は $|x|=A$ のときである。

$$|a|_{最大}=\frac{kA}{m}$$

(3)　①，② 式より $x_0=\frac{mg}{k}$ で張力は 0 となり，グラフは原点を通る傾き $-k$ の直線になることがわかる。したがって，③。

注　(1) の A_0 と x_0 の大きさは等しいことがわかる。

(4)　小球を静かにはなした瞬間の力学的エネルギーを E_1 とすると

$$E_1=\frac{1}{2}k\left\{\frac{mg}{k}-\left(-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\right)\right\}^2+mg\left(-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\right)$$
$$=\frac{1}{2}k\left\{\frac{(1+\sqrt{2})mg}{k}\right\}^2-\frac{\sqrt{2}m^2g^2}{k}$$
$$=\frac{1}{2k}(1+\sqrt{2})^2m^2g^2-\frac{\sqrt{2}m^2g^2}{k}$$
$$=\frac{m^2g^2}{2k}(1+2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2})$$
$$=\frac{3m^2g^2}{2k}$$

一方，x における小球の速さを v，力学的エネルギーを E_x とすると

$$E_x=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}-x\right)^2+\frac{1}{2}mv^2+mgx$$
$$=\frac{1}{2}k\left(\frac{m^2g^2}{k^2}-\frac{2mgx}{k}+x^2\right)+\frac{1}{2}mv^2+mgx$$
$$=\frac{m^2g^2}{2k}-mgx+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}mv^2+mgx$$
$$=\frac{m^2g^2}{2k}+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}mv^2$$

小球は重力とばねの弾性力のみから仕事をされているので，力学的エネルギー保存則 $E_1=E_x$ が成立する。

$$\frac{3m^2g^2}{2k}=\frac{m^2g^2}{2k}+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}mv^2$$

式を整理すると　$\frac{1}{2}mv^2=\frac{m^2g^2}{k}-\frac{1}{2}kx^2$

よって

$$v^2=\frac{2mg^2}{k}-\frac{k}{m}x^2$$

ゆえに

$$v=\sqrt{\frac{2m^2g^2-k^2x^2}{mk}} \quad \cdots\cdots ③$$

(5)　v_0 は ③ 式の x に $x=x_0=\frac{mg}{k}$ を代入すればよい。

$$v_0=\sqrt{\frac{2m^2g^2-k^2\left(\frac{mg}{k}\right)^2}{mk}}$$
$$=g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(6)　$x\geqq x_0$ では糸の張力はなくなり，小球の運動は $x=x_0$ で初速度 v_0 の鉛直投げ上げ運動となる。x_0 と x_m における力学的エネルギーをそれぞれ E_0，E_m とすると，力学的エネルギー保存則は

$$E_0=E_m$$

よって

$$\frac{1}{2}mv_0^2+mgx_0=mgx_m$$

ゆえに

$$x_m=x_0+\frac{v_0^2}{2g}$$

(7)　$-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\leqq x\leqq x_0$ で小球が単振動をしている時間を t_1 とする。振幅 $\frac{\sqrt{2}mg}{k}$ の小球の単振動を x-t 図で表すと図 b のようになる。

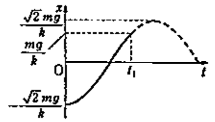


図 b

単振動のグラフの式は $x=-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\cos\omega t$ と書ける。ここで，ω は角振動数で，周期の式「$T=\frac{2\pi}{\omega}$」および (2) で求めた周期より $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ と求められるので，これを代入すると

$$x=-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t \quad \cdots\cdots ④$$

$x=x_0=\frac{mg}{k}$ に小球が到達する時刻が t_1 であるので，④ 式は

$$\frac{mg}{k}=-\frac{\sqrt{2}mg}{k}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t_1$$

よって

$$\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t_1=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

と書ける。これより　$\sqrt{\frac{k}{m}}t_1=\frac{3\pi}{4}$

ゆえに

$$t_1=\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \cdots\cdots ⑤$$

また，$x\geqq x_0$ で鉛直投げ上げ運動を行っている時間を t_2 とすると「$v=v_0+at$」より

$$0=v_0-gt_2=g\sqrt{\frac{m}{k}}-gt_2$$

よって

$$t_2=\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \cdots\cdots ⑥$$

⑤，⑥ 式より

$$t_m=t_1+t_2=\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k}}+\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{4+3\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

したがって，単振動の周期に対する比は

$$\frac{t_m}{T}=\frac{\frac{4+3\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}=\frac{4+3\pi}{8\pi}=\frac{1}{2\pi}+\frac{3}{8}$$
$$\fallingdotseq 0.1592+0.375=0.5342\fallingdotseq 0.534$$

よって　0.534 倍

埼玉医科大学　予想問題【解説】

4 (ア)　円筒容器と容器内の液体の質量は $(m+\rho Sd)$。容器にはたらく浮力 $F_浮$ は，浮力の式「$F=\rho Vg$」より，$F_浮=\rho_w Sx_0g$

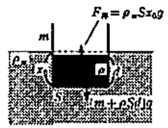


図 a

鉛直方向の力のつりあいより

$$(m+\rho Sd)g-\rho_w Sx_0g=0$$

よって　$mg+\rho Sdg-\rho_w Sx_0g=0$　……[a]

答えは ③

(イ)　下向きを正として，物体にはたらく重力と浮力の合力を求めると

$$合力=(m+\rho Sd)g-\rho_w Sxg$$

[a] 式より　$(m+\rho Sd)g=\rho_w Sx_0g$

であるので

$$合力=\rho_w Sx_0g-\rho_w Sxg$$
$$=-\rho_w Sg(x-x_0)\,[\mathrm{N}]$$　答えは ①

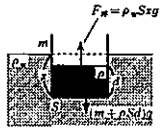


図 b

(ウ)　単振動の上端にあたるのが容器が d 沈んでいる状態である。振動の中心は力のつりあいの位置なので，容器が x_0 沈んでいる状態である。

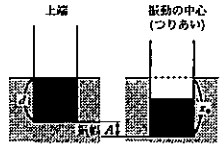


図 c

単振動の振幅 A は「振幅＝|端－中心|」より

$$A=|d-x_0|=x_0-d \quad \cdots\cdots [b]$$

となる。単振動は振動の中心に対して対称に振動するので，容器が最も沈むとき，容器は振動の中心 $x=x_0$ からさらに A だけ沈む。よって，最も沈んだときの深さは

$$x=x_0+A=x_0+(x_0-d)=2x_0-d\,[\mathrm{m}]$$

答えは ⑤

(エ)　x 沈んでいる状態で，容器の運動方程式を立てると（加速度を a とする）

$$(m+\rho Sd)a=-\rho_w Sg(x-x_0)$$

よって　$a=-\frac{\rho_w Sg}{m+\rho Sd}(x-x_0)=-\omega^2(x-x_0)$

これより，この単振動の角振動数 ω は [a] 式を用いて

$$\omega=\sqrt{\frac{\rho_w Sg}{m+\rho Sd}}=\sqrt{\frac{\rho_w Sg}{\rho_w Sx_0}}=\sqrt{\frac{g}{x_0}} \quad \cdots\cdots [c]$$

振動の中心における最大の速さ $v_{最大}$ と角振動数 ω，振幅 A の関係式「$v_{最大}=A\omega$」と [b]，[c] 式より

$$v_{最大}=A\omega=(x_0-d)\sqrt{\frac{g}{x_0}}\,[\mathrm{m/s}]$$　答えは ②

(オ)　周期の式「$T=\frac{2\pi}{\omega}$」と [c] 式より

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\rho_w Sg}{m+\rho Sd}}}=2\pi\sqrt{\frac{m+\rho Sd}{\rho_w Sg}}\,[\mathrm{s}]$$

答えは ⑤

(カ)　(オ) の結果を用いると

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m+\rho Sd_1}{\rho_w Sg}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{\rho_w}+\frac{\rho}{\rho_w}Sd_1}{Sg}} \quad \cdots\cdots [d]$$

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m+\rho Sd_2}{\rho_w Sg}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{\rho_w}+\frac{\rho}{\rho_w}Sd_2}{Sg}} \quad \cdots\cdots [e]$$

[d] 式より　$\frac{T_1^2Sg}{(2\pi)^2}=\frac{m}{\rho_w}+\frac{\rho}{\rho_w}Sd_1$　……[f]

[e] 式より　$\frac{T_2^2Sg}{(2\pi)^2}=\frac{m}{\rho_w}+\frac{\rho}{\rho_w}Sd_2$　……[g]

[g] 式－[f] 式より　$\frac{Sg}{(2\pi)^2}(T_2^2-T_1^2)=\frac{\rho}{\rho_w}S(d_2-d_1)$

よって　$\frac{\rho}{\rho_w}=\frac{g(T_2^2-T_2^2)}{(2\pi)^2(d_2-d_1)}$　答えは ⑦

(キ)　[f] 式 × d_2 － [g] 式 × d_1 より

$$\frac{Sg}{(2\pi)^2}(T_1^2d_2-T_2^2d_1)=\frac{m}{\rho_w}(d_2-d_1)$$

よって　$m=\frac{\rho_w Sg(T_1^2d_2-T_2^2d_1)}{(2\pi)^2(d_2-d_1)}\,[\mathrm{kg}]$　答えは ⑧

5 単振動では力学的エネルギーが保存される。また容器にのみ撃力が加わる場合，撃力が加わった直後の運動量変化は容器のみで考えるが，その後の運動量は容器と小球の間で保存される。

[A](a) 弾性エネルギーの式「$U=\frac{1}{2}kx^2$」より

$$\frac{1}{2}ka^2$$

(b) ばねが自然の長さのとき運動エネルギーのみをもつので，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}ka^2=\frac{1}{2}mu_0^2$$

よって　$u_0=a\sqrt{\frac{k}{m}}$

(c) 求める時間は1周期なので，単振動の周期の式「$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$」より

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(ア) (c)より　$\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{2\pi}{T_0}$

これを(b)の答えに代入して

$$u_0=\frac{2\pi a}{T_0}\quad\cdots\cdots[1]$$

[B](1)(d) 小球は容器の中央から x だけ下にずれてつりあう。

このときの小球にはたらく力のつりあいより

$$mg=kx+kx$$

よって　$x=\frac{mg}{2k}$

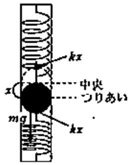


図 a

(e) 小球を中央にもどすとばねの伸びが0となるので，弾性エネルギーも0になる。

つりあいの位置での弾性エネルギーは

$$\frac{1}{2}kx^2\times2=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2\times2=\frac{m^2g^2}{4k}$$

よってばねの弾性エネルギーの変化は

$$0-\frac{m^2g^2}{4k}=-\frac{m^2g^2}{4k}$$

したがって失ったエネルギーの和は　$\frac{m^2g^2}{4k}$

(f) 容器の中央はつりあいの位置より x 上方なので，増加した重力による位置エネルギーは

$$mgx=mg\cdot\frac{mg}{2k}=\frac{m^2g^2}{2k}$$

(g) 小球はつりあいの位置を中心とした単振動を行うので，つりあいの位置を通過するときに速さが最大となる。

つりあいの位置を基準の高さとすると，力学的エネルギー保存則より

容器中央での力学的エネルギーの和＝つりあいの位置での力学的エネルギーの和

$$mgx=\frac{1}{2}kx^2\times2+\frac{1}{2}mu_1^2$$

$$mg\cdot\frac{mg}{2k}=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2\times2+\frac{1}{2}mu_1^2$$

よって　$u_1=g\sqrt{\frac{m}{2k}}$

別解 (e), (f)より，つりあいの位置で静止していたときと容器中央で静止していたときとの力学的エネルギーの差は

$$\frac{m^2g^2}{2k}-\frac{m^2g^2}{4k}=\frac{m^2g^2}{4k}$$

これが，つりあいの位置を通過するときの運動エネルギーになると考えられるので

$$\frac{1}{2}mu_1^2=\frac{m^2g^2}{4k}$$

よって　$u_1=g\sqrt{\frac{m}{2k}}$

(イ) この状態では，2つのばねをあわせてばね定数は $2k$ と考えることができる。よって，単振動の周期の式「$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$」より

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}=\sqrt{\frac{1}{2}}T_0\quad\cdots\cdots[16]$$

(2)(ウ) 力積と運動量の関係「$mv'-mv=F\Delta t$」より

$$F\Delta t=2mV_0\quad\cdots\cdots[2]$$

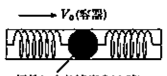


図 b

(エ) 小球と容器の速度を V_1 とすると，運動量保存則より

$$2mV_0=(2m+m)V_1$$

よって　$V_1=\frac{2}{3}V_0\quad\cdots\cdots[8]$

(オ) 運動エネルギーの式より

$$\frac{1}{2}\times(2m+m)\times V_1^2=\frac{1}{2}\times3m\times\left(\frac{2}{3}V_0\right)^2$$
$$=\frac{2}{3}mV_0^2\quad\cdots\cdots[8]$$

(カ) つりあいの位置では弾性エネルギーは0である。また，小球がつりあいの位置から最もずれたときの弾性エネルギーの和を U とおくと，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}\cdot2m\cdot V_0^2=\frac{2}{3}mV_0^2+U$$

$$U=\frac{1}{3}mV_0^2$$

よって，増加量は

$$U-0=\frac{1}{3}mV_0^2\quad\cdots\cdots[7]$$

(キ) 弾性エネルギーの式より

$$\frac{1}{2}kX^2\times2=\frac{1}{3}mV_0^2$$

よって　$X=\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{m}{k}}V_0\quad\cdots\cdots[18]$

(ク) (ア)より　$V_0=\frac{2\pi X}{T_2}$

よって　$T_2=\frac{2\pi X}{V_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}=\sqrt{\frac{1}{3}}T_0\quad\cdots\cdots[18]$

6 (1) 鉛直方向は自由落下　$h=\frac{1}{2}gt_1^2$　　ゆえに　$t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

(2) 自由落下の式から　$v_{1y}=gt_1=\sqrt{2gh}$

(3) 水平方向は等速運動　$l_{min}=v_0t_1=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

(4) 衝突直後の速さの鉛直方向成分を v_{1y}' とすると　$e=\frac{v_{1y}'}{v_{1y}}$

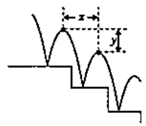
最高点の高さ　$h_1=\frac{v_{1y}'^2}{2g}=\frac{e^2v_{1y}^2}{2g}=e^2h$

(5) はねかえってから最高点に達するまでの時間　$t_2=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}=e\sqrt{\frac{2h}{g}}\ (=et_1)$

$$l_{max}=v_0(t_1+2t_2)=(1+2e)v_0t_1=(1+2e)v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(6) 同じ軌跡がくりかえし描かれるためには，最高点の低下が段差に等しければよい。

$h_1+y=h$　　ゆえに　$y=h-h_1=(1-e^2)h$



(7) となりあう最高点間の水平距離に等しければよい。

$$x=v_0(t_1+t_2)=(1+e)v_0t_1=(1+e)v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(8) 最高点からの落下距離は毎回同じ h であるから運動エネルギーは一定である。

$$K_1=K_2=\cdots K_{10}=\frac{1}{2}mv_0^2+mgh$$

7 (1) 斜面上の小物体Aにはたらく力は図aのようになる。

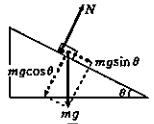


図 a

(ア) 図aのように重力を斜面にそった成分と直交する成分に分解する。求める垂直抗力の大きさを N とすると，斜面に直交する成分の力のつりあいの式は

$N-mg\cos\theta=0$　よって　$N=mg\cos\theta$

(イ) 図aより　$mg\sin\theta$

(ウ) 斜面にそった方向について，斜面の下向きを正とすると，運動方程式「$ma=F$」より

$ma=mg\sin\theta$　よって　$a=g\sin\theta$

(2)(エ) 小物体Aの速度 v を図bのように分解すると

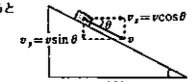


図 b

$$\frac{v_y}{v_x}=\tan\theta$$

よって　$v_y=\tan\theta\times v_x$

(a) 図bより

$v_y=v\sin\theta$　すなわち　$v=\frac{v_y}{\sin\theta}$

なので，運動エネルギーの式「$K=\frac{1}{2}mv^2$」より

$$K=\frac{1}{2}m\left(\frac{v_y}{\sin\theta}\right)^2=\frac{1}{\sin^2\theta}\times\frac{1}{2}mv_y^2$$

よって　$C=\frac{1}{\sin^2\theta}$

(b) 問題の図2の原点を重力による位置エネルギーの基準として，力学的エネルギー保存の式を立てると

$$0=C\times\frac{1}{2}mv_y^2+(-mgy)$$

よって　$Cv_y^2=2gy$

(c) (b)と同様にして

$$C(v_y+\Delta v_y)^2=2g(y+\Delta y)$$

(d) 問題文中の②式 $Cv_y\Delta v_y=g\Delta y$ の両辺を Δt でわると

$$Cv_y\frac{\Delta v_y}{\Delta t}=g\frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$v_y=\frac{\Delta y}{\Delta t}$，$a_y=\frac{\Delta v_y}{\Delta t}$ であるから

$Cv_ya_y=gv_y$　よって　$a_y=\frac{g}{C}$

(e) 問題の図3より　$a_y=a_t\sin\theta$

a_t について解き，(a), (d)の答えを代入すると

$$a_t=\frac{a_y}{\sin\theta}=\frac{g}{C\sin\theta}=\frac{g}{\frac{1}{\sin^2\theta}\sin\theta}=g\sin\theta$$

(3)(f) $\overrightarrow{F_A}$ はAがBを押す力，$\overrightarrow{F_B}$ はBがAを押す力なので，$\overrightarrow{F_B}$ は $\overrightarrow{F_A}$ の反作用であり，大きさが等しく逆向きになる。よって

$\overrightarrow{F_B}=-\overrightarrow{F_A}$　　作用反作用の法則

(g) 等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」を物体AおよびBに適用すると

$v_x=a_xt$　　　　……(a)

$V_B=a_Bt$　　　　……(b)

与えられた式より

$$Ma_B=-ma_x$$

よって　$a_B=-\frac{ma_x}{M}$

を(b)式に代入すると

$$V_B=-\frac{ma_x}{M}t$$

(a)式の右辺を上式に代入すると

$$V_B=-\frac{m}{M}v_x$$

参考 (g)の答えを変形すると

$$MV_B+mv_x=0$$

となり，物体AとBの水平方向の運動量が保存していることがわかる。

(h) A，Bの時刻0ときわめて短い時間 Δt 後における位置関係を図示すると図cとなる。V_B が負の値であることに注意すると

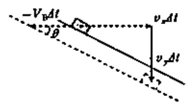


図 c

$$\tan\theta=\frac{v_y\Delta t}{v_x\Delta t+(-V_B\Delta t)}=\frac{v_y}{v_x-V_B}$$

よって　$v_y=(v_x-V_B)\tan\theta$

(i) 問題文中の③式より　$D=\frac{M+m\sin^2\theta}{(M+m)\sin^2\theta}$

よって　$a_y=\frac{g}{D}=\frac{(M+m)\sin^2\theta}{M+m\sin^2\theta}g$

(j) (i)の答えの分母と分子を m でわると

$$a_y=\frac{\left(\frac{M}{m}+1\right)\sin^2\theta}{\frac{M}{m}+\sin^2\theta}g$$

ここで $m>M$ であることから $\frac{M}{m}\fallingdotseq0$ とおくと

$$a_y\fallingdotseq g$$

となる。また，問題文中の式について同様に

$$a_x=\frac{M\cos\theta}{(M+m)\sin\theta}a_y=\frac{\frac{M}{m}\cos\theta}{\left(\frac{M}{m}+1\right)\sin\theta}a_y\fallingdotseq0$$

よって，a_y は重力加速度の大きさ g に近づき，小物体Aは原点からほぼ鉛直方向に自由落下とみなせる運動をする。

[8] (A)(ア)　半径 R の球の体積は $\frac{4}{3}\pi R^3$ なので，単位体積当たりの電気量は

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3Q}{4\pi R^3}$$

(イ)　(ア)の式に半径 r の球の体積をかけて

$$\frac{3Q}{4\pi R^3}\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{Qr^3}{R^3}$$

(ウ)　$4\pi kq$ の q に(イ)の式を代入すればよいので

$$\frac{4\pi kQr^3}{R^3}$$

(エ)　半径 r の球の表面積は $4\pi r^2$ であり，球面に垂直に(ウ)本の電気力線が一様に分布しているので，点Pにおける電場の強さは

$$\frac{\frac{4\pi kQr^3}{R^3}}{4\pi r^2}=\frac{kQr}{R^3}$$

(い)　正電荷なので　……②

(オ)　半径 r の球の内部に，半径 R の球全体がすっぽりと含まれるので，Q

(カ)　(オ)より，$4\pi kQ$ [本]である。

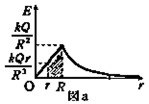
(キ)　$4\pi kQ$ [本]の電気力線が，表面積 $4\pi r^2$ の球面を一様かつ垂直に貫いているから，点Pにおける電場の強さは　$\frac{4\pi kQ}{4\pi r^2}=\frac{kQ}{r^2}$

(ろ)　正電荷なので　……②

(は)　(エ)および(キ)から，E は $0<r<R$ では r に比例し，$r>R$ では r^2 に反比例することがわかる。よって，E-r グラフは　……②

(ク)　(キ)より $r>R$ における電場の強さは，点電荷 Q が点Oにある場合と等しいので，無限遠点を基準にしたときの電位も $r>R$ (無限遠点も $r>R$ にある)に限れば点電荷の場合と等しくなる。すなわち　$V=\frac{kQ}{r}$

(に)　問題文のとおり，無限遠点から距離 r の位置まで，静電気力に逆らって $+1$C をゆっくり移動させるのに必要な仕事が V であるから $r=R$ のとき $V=\frac{kQ}{R}$ となり，さらに $r<R$ にまで $+1$C を移動させるのに必要な仕事は，図aの斜線部の面積であるから，これを



図a

$r=R$ まで移動させるのに必要な仕事 $\frac{kQ}{R}$ に足したものが $0<r<R$ における V となる。つまり

$$V=\frac{kQ}{R}+\frac{1}{2}\left(\frac{kQr}{R^3}+\frac{kQ}{R^2}\right)(R-r)$$

$$=\frac{kQ}{R}+\frac{kQ}{2R^3}(R+r)(R-r)$$

$$=-\frac{kQ}{2R^3}r^2+\frac{3kQ}{2R}$$

このグラフは，軸が $r=0$ の上に凸の放物線である。(ク)より $r>R$ では，V は r に反比例するので V-r グラフは……④

(B)(ケ)　静電気力による位置エネルギーは $r>R$ では

$$-QV=-\frac{kQ^2}{r}$$

(コ)　静電気力の大きさは $0<r<R$ では

$$|-QE|=\frac{kQ^2r}{R^3}$$

(ほ)　力の向きは，負電荷なので電場と逆向きである。……①

(サ)　加速度を a とすれば，運動方程式は

$$ma=-\frac{kQ^2}{R^3}r\quad よって\quad a=-\frac{kQ^2}{mR^3}r$$

ゆえに $r=0$ を振動の中心とする単振動を行う。角振動数を ω とすれば

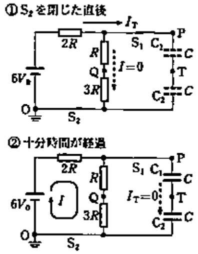
$$a=-\omega^2r\quad したがって\quad \omega=\frac{Q}{R}\sqrt{\frac{k}{mR}}$$

[9]　コンデンサーを含む直流回路においては，以下の3つの点に留意して解答する。

- スイッチを入れた直後，電荷のないコンデンサーは導線(抵抗値0)として扱う。
- 十分に時間が経過したあとでは，コンデンサーには電流が流れない。
- 変化の前後において，回路中の閉じた部分では電気量が保存する。

(ア)　スイッチ S_2 を閉じた直後は，コンデンサーの両端にはまだ電荷がたくわえられておらず，コンデンサーの両端に電位差はない。つまり，コンデンサーは導線とみなすことができる(図a①)。したがって，電流はすべて点P側に流れるので，点Qには電流が流れない。

すなわち　0



図a

(イ)　点Tを流れる電流を I_T とおくと，オームの法則より

$$6V_0=2R\cdot I_T$$

よって　$I_T=\frac{6V_0}{2R}=\frac{3V_0}{R}$

(ウ)　十分時間が経過した場合，コンデンサーの充電は終わっていると考えることができる。つまり，コンデンサーを流れる電流は0である(図a②)。このことを考慮し，電池および3つの抵抗に流れる電流を I とおいてキルヒホッフの法則Ⅱを用いると

$$6V_0=2RI+RI+3RI$$

よって　$I=\frac{V_0}{R}$

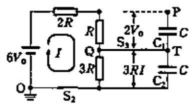
(エ)　図中，上側のコンデンサーを C_1，下側のコンデンサーを C_2 とする。はじめコンデンサーには電荷がたくわえられていないので，C_1 の下の極板と C_2 の上の極板(いずれも点T側の極板)との電気量の総和は0である。よって，両コンデンサーにたくわえられる電気量は等しく，かつコンデンサーの電気容量が等しいので，両コンデンサーの極板間の電位差は等しい。これを V_C とおくと，キルヒホッフの法則Ⅱより

$$6V_0=2R\cdot\frac{V_0}{R}+2V_C\qquad V_C=2V_0$$

C_2 下側の極板の電位は点O(接地)と同じ0であるから，点Tの電位は　$2V_0$

(オ)　(ウ)と同様，十分に時間が経過後はコンデンサー側に電流は流れず，左側の閉回路に流れる電流は $I=\frac{V_0}{R}$ となる(図b)。

この過程において，C_1 上側の極板にたくわえられていた電荷は移動できなくなっているので(S_1 切のため)，C_1 極板間の電位差は $2V_0$ のままである。一方，C_2 極板間の電位差は，$3R$ の抵抗両端の電位差に等しいので



図b

$$3R\cdot\frac{V_0}{R}=3V_0$$

以上より，点Pの電位は　$3V_0+2V_0=5V_0$

(カ)　問題の図4の状態になったときの C_1，C_2 にたくわえられる電気量をそれぞれ Q_1'，Q_2' とする。このとき，C_1，C_2 極板間の電位差の和 $\frac{Q_1'}{C}+\frac{Q_2'}{C}$ は，R，$3R$ の抵抗の両端の電位差の和に等しい。抵抗に流れる電流は(ウ)，(オ)と同様，$I=\frac{V_0}{R}$ となるので，この関係は次のように表される。

$$\frac{Q_1'}{C}+\frac{Q_2'}{C}=(R+3R)\cdot\frac{V_0}{R}=4V_0\quad……①$$

これより，点Pの電位は　$4V_0$

(キ)　(オ)のとき，C_1 にたくわえられている電気量 Q_1 は，「$Q=CV$」より

$$Q_1=C\cdot 2V_0=2CV_0$$

同様に，C_2 にたくわえられている電気量 Q_2 は

$$Q_2=C\cdot 3V_0=3CV_0$$

C_1 下側の極板の電気量(符号は負)と C_2 上側の極板の電気量(符号は正)において，変化前後での電気量保存則をかくと

$$-Q_1'+Q_2'=-Q_1+Q_2=CV_0\quad……②$$

したがって，点T側の全電荷は　CV_0

(ク)　①式より

$$Q_1'+Q_2'=4CV_0\quad……③$$

②+③式より　$2Q_2'=5CV_0$

よって　$Q_2'=\frac{5}{2}CV_0$

以上より，点Tの電位は　$\frac{Q_2'}{C}=\frac{5}{2}V_0$

(ケ)　問題の図5の状態ではコンデンサーには電流が流れない(十分に時間が経過しているため)。また，左側の回路も開かれているので，回路中いたるところで電流が0になっている。したがって，点Qの電位は電池の正極側の電位と等しい。

したがって　$6V_0$

(コ)　C_1，C_2 と R，$3R$ の抵抗による閉回路について考える。C_1，C_2 にたくわえられる電気量をそれぞれ Q_1''，Q_2'' とすると，電気量保存則より

埼玉医科大学　予想問題【解説】

$$-Q_1''+Q_2''=CV_0\quad……④$$

一方，回路に電流が流れていないため，C_1，C_2 の電位差の合計は0でなくてはならない。すなわち

$$\frac{Q_1''}{C}+\frac{Q_2''}{C}=0\qquad Q_1''+Q_2''=0\quad……⑤$$

⑤−④式より　$2Q_1''=-CV_0$

ゆえに　$Q_1''=-\frac{1}{2}CV_0$

よって，PT間の電位差は　$\left|\frac{Q_1''}{C}\right|=\frac{1}{2}V_0$

[10] (ア)　レンツ　……⑧

(イ)　ファラデー　……⑥

(ウ)　コイル C_1 を貫く磁束を Φ[Wb]とおくと $\Phi=BS$[Wb]と表せるので，磁束密度の大きさが B[T]から $B+\Delta B$[T]に変化すると，磁束の変化 $\Delta\Phi$[Wb]は

$$\Delta\Phi=(B+\Delta B)S-BS=\Delta BS\text{[Wb]}$$

と表せる。この磁束の変化によってコイル C_1 に生じる誘導起電力の大きさ V[V]は，磁束密度の変化にかかった時間 Δt[s]を用いて

$$V=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|S\text{[V]}$$

となる。よって，図2のグラフの傾きの大きさとコイル C_1 の面積をかければよいことがわかる。

$T<t<3T$[s]では

$$V=\left|\frac{-2B_0}{2T}\right|S=\frac{B_0S}{T}\text{(V)}\quad……③$$

(エ)　(ウ)の結果に，各値を代入すると

$$V=\frac{5.0\times4.0\times10^{-2}}{0.10}=2.0\text{ V}$$

(オ)　求める電流の大きさを I[A]とおくと

$$I=\frac{V}{R}=\frac{2.0}{80}=2.5\times10^{-2}\text{ A}$$

(カ)　誘導電流は，コイルを貫く磁束の変化を打ち消すような磁場をつくる向きに流れる。$T<t<3T$[s]では，コイル C_1 を貫く上向きの磁束が減少しているので，誘導電流は上向きの磁場をつくる向き，つまり図aのようになる。抵抗にはb→aの向きに電流が流れるので，両端a，bにおける電位は，bがaよりも高い。　……②

図a

(キ)　(カ)で説明した通り b→a　……②

(ク)　$t>7T$[s]ではコイル C_1 を貫く磁束の変化がないので，誘導起電力は生じない。つまり　0V

(ケ)　コイル C_2 について，例えば貫く磁束が減少する場合，左右それぞれの円で同じ大きさの誘導起電力が生じるが，図bのように互いに打ち消しあう向きなので，その結果，0Vとなる。つまり0倍。　……⑥

図b

(コ)　(ケ)で説明したように，隣りあう円は互いに打ち消しあう誘導起電力を生じるので，1つ分の円だけを考えればよい。C_2 の1つの円の円周の長さは C_1 の円周の $\frac{1}{3}$ 倍であるから，C_2 の1つの円の面積は C_1 の円の面積の $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ 倍となる。面積がもとの $\frac{1}{9}$ 倍であるので，貫く磁束と，その変化ももとの $\frac{1}{9}$ 倍となる。よって，生じる誘導起電力の大きさは $\frac{1}{9}$ 倍　……⑤

(サ)　抵抗での消費電力は「$P=\frac{V^2}{R}$」であるので，ジュール熱の式「$Q=Pt$」より

$$Q=\frac{V^2}{R}t\text{(J)}\quad……④$$

(シ)　(サ)の結果より

$$V'=\sqrt{\frac{QR}{t}}=\sqrt{\frac{0.18\times80}{10}}=1.2\text{ V}$$

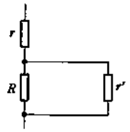
(ス)　抵抗と並列に付加する新たな抵抗の値を r'[Ω]とおく。図cの合成抵抗が R[Ω]となればよいので

$$r+\frac{Rr'}{R+r'}=R$$

が成りたつことになる。

これを r' について解くと

$$r'=\frac{R(R-r)}{r}\text{[Ω]}\quad……④$$



図c

[11] (A)(ア)　導体棒は1sで ω[rad]動いているので，扇形の面積を S とすると

$$S=\frac{1}{2}\cdot(2r)^2\cdot\omega=2r^2\omega\text{ [m}^2\text{]}$$

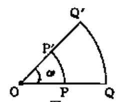
(イ)　磁束の式「$\Phi=BS$」より

$$\Phi=BS=2r^2\omega B\text{ [Wb]}$$

(ウ)　ファラデーの電磁誘導の法則「$V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$」より，OQに生じる起電力 V_{OQ} は単位時間当たりの磁束の変化に等しい。よって

$$V_{OQ}=2r^2\omega B\text{ [V]}$$

(エ)　図aのように扇形OPP′と扇形OQQ′は相似であり，相似比は1：2となる。よって扇形OPP′，OQQ′の面積をそれぞれ S_P，S_Q とおくと $S_P:S_Q=1:4$ を満たす。ゆえに，起電力の大きさは磁束つまり，磁場を横切る面積に比例しているのでOP間の起電力 V_{OP} は $V_{OP}=\frac{1}{4}V_{OQ}$ となる。



図a

(オ)　PQ間に生じる誘導起電力を V_{PQ} とすると

$$V_{PQ}=V_{OQ}-V_{OP}=V_{OQ}-\frac{1}{4}V_{OQ}=\frac{3}{4}V_{OQ}$$

よって $\frac{3}{4}$ 倍。

(B)(カ)　図aにおいて扇形OPP′を貫く紙面表から裏向きの磁束が増加するので，レンツの法則より紙面裏から表向きの磁場を発生するようにこの閉回路には電流が流れる。その向きは右ねじの法則より，O→Pつまり $i_2>0$ となる。

$$V_{OP}=\frac{1}{4}V_{OQ}=\frac{1}{4}\cdot2r^2\omega B=\frac{r^2\omega B}{2}\text{ [V]}$$

となり，OPを起電力とする抵抗1，2の直列回路となるのでキルヒホッフの法則Ⅱを用いると　$V_{OP}=Ri_2+Ri_2$ より　$\frac{r^2\omega B}{2}=2Ri_2$ となるので　$i_2=\frac{r^2\omega B}{4R}$ [A]

(キ)　このとき，PQを起電力とする抵抗2，3の直列回路となり，(オ)より

$$V_{PQ}=\frac{3}{4}V_{OQ}=\frac{3}{4}\cdot2r^2\omega B=\frac{3}{2}r^2\omega B\text{ [V]}$$

である。また，(カ)と同様にレンツの法則を用いると電流の向きはP→Qとなるので，$i_2<0$ となる。よって，キルヒホッフの法則Ⅱより

$$V_{PQ}=R|i_2|+R|i_2|$$

$$\frac{3}{2}r^2\omega B=2R|i_2|$$

となるので　$|i_2|=\frac{3r^2\omega B}{4R}$

ゆえに　$i_2=-\frac{3r^2\omega B}{4R}$ [A]

(C)(ク)　回路のスイッチ1，2，3を閉じたときの回路は図bのようになる。

$V_{OP}:V_{PQ}=1:3$ より，$V_{OP}=V$，$V_{PQ}=3V$ とおける。

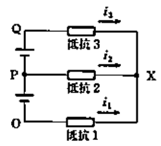
点Xにおいて，キルヒホッフの法則Ⅰを用いると

$$i_1+i_2+i_3=0\qquad……①$$

上半分および下半分の閉回路においてそれぞれ，キルヒホッフの法則Ⅱを用いると

$$3V=R(i_3-i_2)\qquad……②$$

$$V=R(i_2-i_1)\qquad……③$$



図b

を得る。①，③式を連立し，i_1 を消去することで，$V=R(2i_2+i_3)$ となる。この式と②式を連立することで $i_2=-\frac{2V}{3R}$ となるので

$$i_1=-\frac{5}{3}\cdot\frac{V}{R},\quad i_2=-\frac{2}{3}\cdot\frac{V}{R},\quad i_3=\frac{7}{3}\cdot\frac{V}{R}$$

を得る。以上より　$\frac{i_2}{i_1}=\frac{2}{5}$

(ケ)　(ク)より　$\frac{i_3}{i_1}=-\frac{7}{5}$

12 (1)(ア)　速度の球面に垂直な成分の大きさは $v\cos\theta$ である。衝突前の進行方向を正とすると，衝突による分子の運動量変化は

$$-mv\cos\theta-mv\cos\theta=-2mv\cos\theta$$

(イ)　図1より　$2R\cos\theta$

(ウ)　等速直線運動の式「$x=vt$」より，求める時間を t とすると

$$2R\cos\theta=vt \quad よって \quad t=\frac{2R\cos\theta}{v}$$

(エ)　(ウ)より　$\frac{1}{t}=\frac{v}{2R\cos\theta}$ [回]

(オ)　(ア)，(エ)の結果より

$$|-2mv\cos\theta|\frac{v}{2R\cos\theta}=\frac{mv^2}{R}$$

(カ)　(オ)の結果より，分子1個当たりの力積の大きさを求めたので

$$\frac{mv^2}{R}\cdot N=\frac{Nmv^2}{R}$$

(キ)　(カ)の結果を用いて

$$p=\frac{Nmv^2}{R}\div 4\pi R^2=\frac{Nmv^2}{3}\times\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right)^{-1}$$

(ク)　気体分子の運動エネルギーの総和は $\frac{Nmv^2}{2}$ である。一方，(キ)の結果より

$$pV=\frac{Nmv^2}{3}=\frac{2}{3}\times\frac{Nmv^2}{2}=NkT$$

よって　$\frac{2}{3}\times\frac{Nmv^2}{2}=NkT$ より

$$\frac{1}{2}Nmv^2=\frac{3}{2}Nk\times T$$

(2)(い)　内部エネルギー

(ろ)　熱力学第一法則

(3)(a)　定積変化における熱のやりとりが温度変化のみによって決まればよい。……③

(b)　B→C，D→A はともに等温変化である。よって，気体に加えた熱量は気体がする仕事に等しい。……④

(c)　B→C および D→A の過程でそれぞれ体積が S 倍と $\frac{1}{S}$ 倍となっていることを考慮すると

$$Q_{H}=NkT_{H}\log S$$

$$Q_{L}=-NkT_{L}\log\frac{1}{S}=NkT_{L}\log S$$

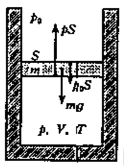
より，導かれる。　……⑤

(4)　$W=Q_H-Q_L$ であり，(c)より $Q_L=Q_H\cdot\frac{T_L}{T_H}$ となる。よって，熱効率は

$$e=\frac{W}{Q_H}=\frac{Q_H\left(1-\frac{T_L}{T_H}\right)}{Q_H}=1-\frac{T_L}{T_H}$$

(5)　(4)の結果より $e<1$ は明らかなので，与えた熱 Q_H のすべてを仕事 W にすることはできない。

13 (1)　ピストンにはたらく力のつりあいを考える。



$$pS=p_0S+mg$$

よって

$$p=p_0+\frac{mg}{S}$$

(2)　ピストンの運動中，気体は断熱変化をしている。

熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{した}$」で，断熱だから　$Q=0$

$\Delta V>0$ だから　$W_{した}>0$

よって　$\Delta U=-W_{した}<0$ となるから

$\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T$ より　$\Delta T<0$

また，問題文に与えられた

$$\frac{\Delta T}{T}=\frac{\Delta p}{p}+\frac{\Delta V}{V}$$

で $\Delta T<0$，$\Delta V>0$ だから　$\Delta p<0$ となる。

よって，(a) Δp は負，(b) ΔT は負

(3)　シリンダー内の気体の物質量を n とし，体積 V のときと $V+\Delta V$ のときの気体の状態方程式を立てると

$$pV=nRT \quad ……①$$

$$(p+\Delta p)(V+\Delta V)=nR(T+\Delta T) \quad ……②$$

②式−①式　を計算すると

$$p\Delta V+\Delta pV+\Delta p\Delta V=nR\Delta T$$

$\Delta p\Delta V=0$ とみなすと

$$nR\Delta T=p\Delta V+\Delta pV \quad ……③$$

内部エネルギーの変化は「$\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T$」だから

$$\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}(p\Delta V+\Delta pV)$$

別解　①式より　$nR=\frac{pV}{T}$ を ΔU に代入して

$$\Delta U=\frac{3}{2}\frac{pV}{T}\Delta T$$

別解　微小変化だから，気体がした仕事は $p\Delta V$ と近似できる。「$\Delta U=Q-W_{した}$」で $Q=0$ だから

$$\Delta U=-W_{した}=-p\Delta V$$

注　どの解も正解である。

(4)　$\Delta U=\frac{3}{2}(p\Delta V+\Delta pV)$，$\Delta U=-p\Delta V$ より

$$\frac{3}{2}(p\Delta V+\Delta pV)=-p\Delta V$$

だから　$3p\Delta V+3\Delta pV=-2p\Delta V$

$$3\Delta pV=-5p\Delta V$$

よって

$$\Delta p=-\frac{5}{3}\frac{p}{V}\Delta V \quad ……④$$

$$\Delta p=A\Delta V$$

よって　$A=-\frac{5p}{3V}$

別解　単原子分子理想気体の断熱変化の関係式「$pV^{\frac{5}{3}}=$一定」より

$$pV^{\frac{5}{3}}=(p+\Delta p)(V+\Delta V)^{\frac{5}{3}}$$

ここで　$(V+\Delta V)^{\frac{5}{3}}=V^{\frac{5}{3}}\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)^{\frac{5}{3}}$

$$\fallingdotseq V^{\frac{5}{3}}\left(1+\frac{5}{3}\frac{\Delta V}{V}\right)$$

$|x|<1$ のとき $(1+x)^n\fallingdotseq 1+nx$ の近似式を用いた。

よって

$$pV^{\frac{5}{3}}=(p+\Delta p)V^{\frac{5}{3}}\left(1+\frac{5}{3}\frac{\Delta V}{V}\right)$$

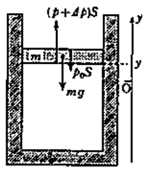
$\Delta p\Delta V=0$ の近似も用いて

$$0=p\frac{5\Delta V}{3V}+\Delta p$$

ゆえに

$$\Delta p=-\frac{5p}{3V}\Delta V$$

(5)　ピストンにはたらく力は，重力 mg，大気圧からの力 p_0S，シリンダー内の気体からの力 $(p+\Delta p)S$ である。ピストンの加速度を a として運動方程式をつくると



$$ma=(p+\Delta p)S-mg-p_0S$$

(1)のピストンにはたらく力のつりあいを代入し，④式を用いて $\Delta V=Sy$ も考えれば

$$ma=\Delta pS=-\frac{5p}{3V}\Delta V\cdot S=-\frac{5pS^2}{3V}y$$

よって　$a=-\frac{5pS^2}{3mV}y$

これと　$a=-\omega^2y$　と比較して　$\omega=\sqrt{\frac{5pS^2}{3mV}}$

振動数 f は「$f=\frac{\omega}{2\pi}$」より　$f=\frac{S}{2\pi}\sqrt{\frac{5p}{3mV}}$

14 (ア)　ボーアの量子条件の式は

$$2\pi r=n\cdot\frac{h}{mv} \quad よって \quad mvr=n\cdot\frac{h}{2\pi}$$

(イ)　$\lambda=\frac{h}{mv}$

(ウ)　$\frac{ke^2}{r^2}=\frac{mv^2}{r}$　より　$mv^2=\frac{ke^2}{r}$

よって　$E=K+U=\frac{1}{2}mv^2+\left(-\frac{ke^2}{r}\right)$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{ke^2}{r}-\frac{ke^2}{r}=-\frac{ke^2}{2r} \quad ……①$$

(エ)　ボーアの量子条件の式より

$$v=\frac{nh}{2\pi mr}$$

これをつりあいの式に代入して

$$\frac{ke^2}{r^2}=\frac{m}{r}\cdot\left(\frac{nh}{2\pi mr}\right)^2$$

よって　$r=n^2\times\frac{h^2}{4\pi^2kme^2}$　……②

(オ)　②式を①式に代入して r を消去する。

$$E=-\frac{ke^2}{2r}=-\frac{ke^2}{2}\cdot\frac{4\pi^2kme^2}{n^2h^2}$$

$$=-\frac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\times n^{-2} \quad ……③$$

(カ)　hf

(キ)　$|E-E'|$

(ク)　$|E-E'|=hf$ ……④

よって　$f=\frac{|E-E'|}{h}$

(ケ)　吸収する光の振動数を f とすると，③，④式より

$$hf_0=E_2-E_1$$

$$=\frac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) ……⑤$$

$$hf=E_{\infty}-E_1$$

$$=\frac{2\pi^2k^2me^4}{h^2}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty^2}\right) ……⑥$$

$\frac{1}{\infty^2}=0$ とみなせるから，⑥式を⑤式で辺々割って

$$\frac{f}{f_0}=\frac{4}{3} \quad よって \quad f=\frac{4}{3}\times f_0$$

(コ)　電子の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv^2=h\cdot 2f_0-hf=h\cdot 2f_0-h\cdot\frac{4}{3}f_0$$

$$=\frac{2}{3}\times hf_0$$

よって　$\frac{\frac{1}{2}mv^2}{h\cdot 2f_0}=\frac{\frac{2}{3}hf_0}{2hf_0}=\frac{1}{3}$ (倍)

15 (1)　(a)　$p=\frac{h}{\lambda}$　　(b)　$E=\frac{hc}{\lambda}$

(c)　$\frac{I}{E}=\frac{\lambda I}{hc}$

(d)　力積=運動量変化$=p-(-p)=2p=\frac{2h}{\lambda}$

(e)　(d)で単位時間を考えると，力を F として

$$F\times 1=\frac{2h}{\lambda}\times\frac{\lambda I}{hc}=\frac{2I}{c} \quad ゆえに \quad F=\frac{2I}{c}$$

(f)　宇宙船の質量を M，加速度を a とすると

運動方程式　$Ma=F=\frac{2I}{c}$

ゆえに　$I=\frac{1}{2}Mac=\frac{1}{2}\times 1.0\times 10^3\times 10\times 3.0\times 10^8$

$$=1.5\times 10^{12}\ (\mathrm{J/s})$$

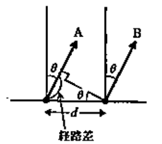
(2)　(a)　eV

(b)　電子の速さを v，運動量を $p(=mv)$ とすると　$\frac{1}{2}mv^2=eV$

ゆえに　$p=\sqrt{2meV}$

ド・ブロイの関係から　$\lambda_e=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2meV}}$

(c)　図から，経路差は　$d\sin\theta$



(d)　経路差が波長の整数倍であれば A と B は同位相となり干渉して強めあう。

$$d\sin\theta=n\lambda_e$$

(e)　(d)の関係は $n=1$ のとき

$$d\sin\theta=\frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

両辺を2乗して　$d^2\sin^2\theta=\frac{h^2}{2meV}$

ゆえに　$V=\frac{h^2}{2med^2\sin^2\theta}$

$$=\frac{(6.6\times 10^{-34})^2\times(\sqrt{2})^2}{2\times 9.1\times 10^{-31}\times 1.6\times 10^{-19}\times(2.2\times 10^{-10})^2}$$

$$=62\ (\mathrm{V})$$

16　α 崩壊では α 粒子(ヘリウム原子核)を放出し，質量数が4，原子番号が2減少する。β 崩壊では電子とニュートリノを放出し，質量数は変化しないが原子番号が1増加する。

崩壊を利用した年代測定には，半減期の式 $N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ を用いる。

(1)　$mu=mu'+MV$

(2)　$\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{2}mu'^2+\frac{1}{2}MV^2$

(3)　(1)，(2)の式より u' を消去して

$$mu^2=m\left(\frac{mu-MV}{m}\right)^2+MV^2$$

$$m^2u^2=m^2u^2-2mMuV+M^2V^2+mMV^2$$

$$M(M+m)V^2-2mMuV=0$$

$V\fallingdotseq 0$ より

$$(M+m)V=2mu$$

よって　$V=\frac{2m}{M+m}u$

(4)　(3)より，$M=m$ として $V_1=u$　　よって　1倍

(5)　(4)と同様にして，$M=4m$ として

$$V_2=\frac{2m}{4m+m}u=\frac{2}{5}u \quad よって \quad \frac{2}{5}倍$$

(6)　$\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{2}{5}u}{u}=\frac{2}{5}$ (倍)

(7)　電気力　……②

(8)　核力　……③

(9)　陽子数は原子番号と同じとあるから　6

(10)　中性子数は質量数から陽子数を引いた数であるから　$12-6=6$

(11)　(9)と同様にして　6

(12)　(10)と同様にして　$14-6=8$

(13)　電子とニュートリノを放出するから β 崩壊。……②

(14)　${}^{14}_{6}\mathrm{C}\longrightarrow{}^{14}_{7}\mathrm{N}+\mathrm{e}^-$　……③

(15)　半減期の式 $\frac{N}{N_0}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ を用いて

$$\frac{N}{N_0}=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

よって　$\frac{t}{5730}=2$　より　$t=11460$ (年)

(16)　(15)と同様にして

$$\frac{N}{N_0}=\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t'}{5730}}$$

よって　$\frac{t'}{5730}=3$　より　$t'=17190$ (年)