

2022年度 昭和大学

【傾向など】

- 大問数は4つ(ただし、2015年は大問3つでそのうち1つが小問集合)
- 論述やグラフ描図がほぼ毎年出題される
- 目新しい問題・ほとんどの問題集に載っていない問題が1題は出る
2021年 風船のしぼみ, 2020年 電磁波についての知識, 2019年 微分方程式, 2018年 半減期の式の導出, 2017年 うず電流と発熱, 2016年 両対数グラフの作成, 2015年 ベルヌーイの定理, 2014年 次元解析(これはそれほど目新しくない), 2013年 指をスライドさせて重心を求める方法・ヤング率, 2012年 トリチェリの実験・圧力
- 目新しい1題はたいがい重たいが、残りの3題は基本～標準レベルである。重たい1題に囚われ過ぎずに、残りの3題を確実に解くことが重要である。3題の出来不出来で大きく差がつくだろう。
- 力学…単振動, 円運動, 力のモーメント の出題がやや多い
- 電磁気…コンデンサーを含む回路, 電磁誘導 の出題が多い
- 波動…光の屈折, レンズ, 光の干渉 の出題が多い
- 1題程度出る目新しい問題は総合問題・複合問題ではありません。題材自体が新しいのです。しかし、物理はクイズではありませんから「知らない設定だから解けません」と諦めるのはナンセンスです。ヒントがきちんと与えられているので、それを基に考えられます。既知法則とヒントを用いて未知現象にいかにか切り込めるかが試されています。よって、「目新しいから考えられない」と思考停止したりせずに、粘り強く考えることが大切です。この種の問題の完答は難しいでしょう。しかし、5～7割程度は解けるはず(物理が苦手な人も2割程度は解けるでしょう)。「見たことのない問題でも小問2～3問は解く！」という心意気でトライしてみてください。
- 昭和大は例年4問中3問が基本～標準レベルです。これらの問題をほぼ完答するだけでも70%以上得点できます。それに加えて難しめの1問も小問2題程度解く。そうすれば得点率は75～80%になります。物理に関して言えば、これだけあれば十分合格圏内でしょう。

2重線部分…とくに見ておくとうい項目(ただし、あくまでも参考程度に)

●原理的な問題が時々出題される

円運動の説明, コンデンサー・コイルのエネルギーの説明 の出題あり

ケプラー第2法則の説明, 熱力学第2法則の説明, ホイヘンスの原理の説明, 弦の速さの導出, 偏光(板)の説明, ガウスの法則の説明, コンデンサーやコイルのエネルギーの説明

⇒教科書などを読んでおこう

力学

●典型的な力学問題はあまり出ない。とっつきにくい問題が多い。
衝突, 単振り子+慣性力, 浮力+単振動

電磁気

●頻出項目: コンデンサー-2019, 17, 16, 15, 12
静電場, 電気振動, 荷電粒子の運動(電場+磁場), 交流の発生

波動

●頻出項目: 屈折17, 光の干渉, レンズ
ヤングの実験(ロイドの鏡も), 回折格子, くさび型薄膜

熱力学

●圧力問題の出題が他大学と比べると多い
気体分子運動論, 圧力(浮沈子など)

原子

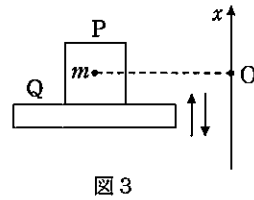
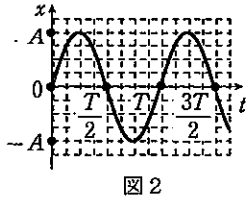
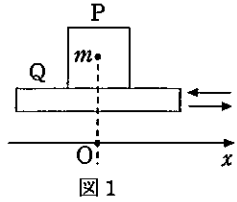
光電効果, コンプトン効果, フランク・ヘルツの実験, 原子核反応

小問集合

もしかしたら2015年のような小問集合が復活するかも知れない。その場合は2015年と同じように、やや答えにくい問題も出題されるだろう。教科書の「コラム」「参考」「やってみよう」「調べてみよう」といった項目にも目を通しておくことをお勧めしておきます。

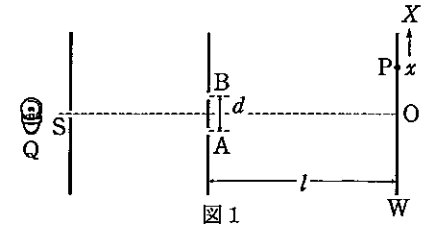
健闘をお祈りします

- 1 質量 m の物体 P があらい水平面をもつ台 Q の上に乗っている。次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。



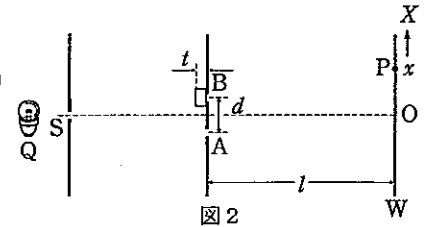
- (1) 図1のように、台は水平方向に単振動し、物体はすべることなく台とともに動いている場合を考える。単振動の中心を原点 O とし、物体の変位を表す x 軸を図1のように定める。物体の変位 x と時間 t の関係は、図2のように与えられる。
- 物体の変位 x と時間 t の関係式を、図2の記号を使って表せ。
 - 時刻 t における物体の速度と加速度を、図2の記号を使って表せ。
 - 時刻 t において物体が台から受ける摩擦力を求めよ。
 - 物体がすべらないためには、単振動の周期はどのような条件を満たさなければならないか。不等式で表せ。ただし、物体と台との間の静止摩擦係数を μ とする。
- (2) 次に、図3のように、台は上下方向に単振動し、物体は台から離れることなく台とともに動いている場合を考える。単振動の中心を原点 O とし、物体の変位を表す x 軸を図3のように定める。物体の変位 x と時間 t の関係は、図2と同じである。
- 時刻 t において物体が台から受ける抗力を求めよ。
 - 物体が台から離れないためには、単振動の周期はどのような条件を満たさなければならないか。不等式で表せ。

- 2 図1のように、光源ランプ Q から出た波長 λ [m] の単色光が細いスリット S , 2本の細いスリット A, B を通り、スクリーン W に達する。スリット A, B の間隔は d [m] であり、 A と B はスリット S から等距離にある。スクリーン W はスリット A, B を含む面に平行で l [m] だけ離れ、 W 上には光の干渉による明暗の縞模様が見れている。点 O はスリット S とスリット A, B の中点を結んだ直線がスクリーン W と交わる点である。点 O を原点として、図1の上向きに X 軸をとる。次の問いに答えよ。



- スリット S の役割を述べよ。
スクリーン W 上のある点 P の座標を x [m] とする。最初、点 P 上では光は弱めあっていた。
- 経路差 $AP - BP$ を l, d, x を用いて表せ。ただし、 $d, |x|$ は l に比べて十分小さいとする。必要があれば、 $|y| \ll 1$ のとき、 $(1+y)^a \approx 1+ay$ を用いよ。
- 点 P において光が弱めあうための、 x が満たすべき条件を求めよ。ただし、空気の屈折率を 1 とする。

- 次に、図2のようにスリット B を屈折率 n 、厚さ t [m] の透明な薄膜で S 側からおおったところ、スクリーン W 上の明線が移動した。ただし、 $n > 1$ であり、スリット S とスリット A, B は十分離れているとする。
- 明線が移動した向きと距離を求めよ。
 - 明線が移動したことにより、点 P で光



が強めあった。この条件を満たす薄膜の屈折率のうち、最小のものを求めよ。

- 3 図のように、自己インダクタンス L [H] のコイル、電気容量 C [F] のコンデンサー、抵抗値 R [Ω] の抵抗を直列に接続し、交流電源につないだ。この回路の全インピーダンス Z [Ω] は

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

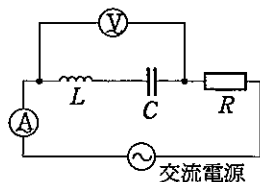
で与えられる。電源の角周波数 ω [rad/s] を変化させて、図中の電流計と電圧計の値を調べた。時刻 t [s] のときに電流計を流れる電流 i [A] を

$$i = I_0 \sin \omega t$$

電圧計にかかる電圧 v [V] を $v = V \sin(\omega t + \alpha)$

として、次の各問いに答えよ。

- (1) I_0 が最大になる角周波数 ω_0 を求めよ。
- (2) $\omega > \omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega < \omega_0$ のそれぞれの場合について α を求めよ。
- (3) 電源の電圧の最大値を V_0 [V] とし、 V を V_0 , ω , L , C , Z を用いて表せ。



- 4 $+y$ 方向の大きさ E の一様な電界(電場)と、 $+z$ 方向の磁束密度の大きさ B の一様な磁界(磁場)が、空間に存在する。電荷 q 、質量 m の質点と見なせる荷電粒子の x - y 平面内での運動を考える。この粒子は時刻 $t=0$ で原点 $O=(0, 0)$ にあるものとする。成分で、粒子の位置ベクトルは $\vec{r}=(x, y)$ 、速度ベクトルは $\vec{v}=(v_x, v_y)$ 、加速度ベクトルは $\vec{a}=(a_x, a_y)$ と表す。

まず、磁界の強さが 0 で電界 E のみがあるとすると。このとき荷電粒子にはたらく力の大きさは \square ア \square である。時刻 $t=0$ で静止していたとすると、時刻 t での粒子の座標は $x=\square$ イ \square , $y=\square$ ウ \square である。

次に、電界の強さが 0 で磁界(磁束密度 B) のみがあるとすると。このとき荷電粒子の加速度は

$$a_x = \frac{qB}{m} v_y, \quad a_y = -\frac{qB}{m} v_x \quad (1)$$

となる。時刻 $t=0$ で粒子の速度の大きさが u であったとすると、力は速度の向きと磁界の向きに垂直であるので、粒子に対して仕事をしないから速度の大きさは変わらず、粒子は半径 \square エ \square の等速円運動を行う。

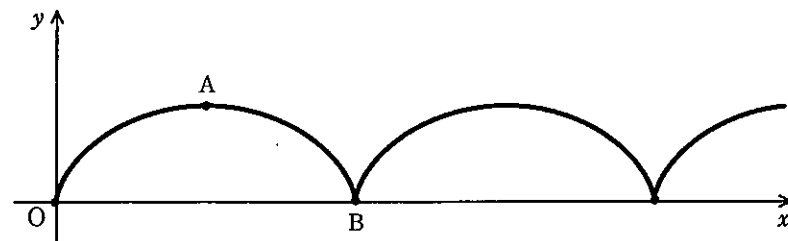
以下では電界 E と磁界(磁束密度 B) がともに存在する場合を考える。すると、運動方程式から荷電粒子の加速度は

$$a_x = \square$$
 オ \square , $a_y = \square$ カ \square (2)

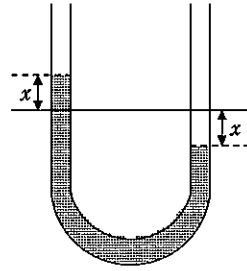
となる。粒子は時刻 $t=0$ で静止していたとして、上の方程式(2)を解く。式(2)で置き換え

$$v_x = \tilde{v}_x + \frac{E}{B} \quad (3)$$

を考えると、速度 v_x と速度 \tilde{v}_x は定数項だけ違うので対応する加速度は同一である。よって、速度ベクトル (\tilde{v}_x, v_y) に対する方程式は式(1)と同じ方程式となるので、等速円運動を与える。式(3)で元に戻すことにより、この場合の運動は、等速円運動と速度の大きさが \square キ \square の x 方向への等速度運動の合成であることが分かった。その結果、この粒子の軌道は図に示すサイクロイドとなる。よって図の点 A の y 座標は \square ク \square である。また、点 B での時刻、つまり 1 サイクルの時間は \square ケ \square であるので、点 B の x 座標は \square コ \square である。



- 11 一様な断面積 A の鉛直に固定された細い U 字管内に液体が入っている。この液体が一体となって管内を往復し、両端の液面が上下する運動を考える。管内での液体の長さは L 、密度は ρ である。重力加速度の大きさを g とし、管と液体との摩擦は無視できるものとする。



- (1) この液体の質量を求めよ。

図に示すように、左右の液面が等しい高さにある平衡状態から一方の液面が x だけ下がると、他方の液面は x だけ押し上げられる。このとき、液体には左右の液面が等しい高さにある平衡状態に戻そうとする復元力がはたらく。

- (2) この復元力の大きさを求めよ。

復元力の大きさは液面の平衡状態からの変位 x に比例するので、この液面が上下する運動は、U 字管内の液体と等しい質量をもつ質点がばねにつながれて単振動する場合と同様の方程式で表すことができる。

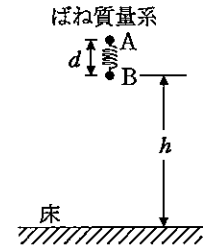
- (3) この単振動をもたらすばねのばね定数を求めよ。
 (4) 液面が上下する運動の振動数を求めよ。
 (5) この振動数は、長さ L のひもでつるした振幅の小さな単振り子の振動数の何倍か。

この U 字管内の液体が、左右の液面の高さの差が最大で $2H$ となる単振動を行っていて、ある瞬間に左右の液面が同じ高さにそろった。このとき、

- (6) 管内の液体を質点とみなして、その運動エネルギーを求めよ。
 (7) 液面が上昇あるいは下降する速さを求めよ。

- 12 次の文中の空欄に当てはめるべき式を記入せよ。

等しい質量 m をもつ物体 A、B をそれぞれの端につけたばね定数 k のばね (以下「ばね質量系」とよぶ) が自然長 d を保って垂直に保持されており、その下端 B は水平な床の上、高さ h の地点にある (図)。物体 A、B は小さく、その大きさは考えなくてよい。このばね質量系の質量中心 (重心) は、A と B の中央、高さ $h + \frac{d}{2}$ の位置にある。



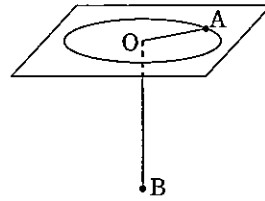
このばね質量系を自由落下させると、ばねは自然長を保ったまま垂直に落下し、下端の物体 B がまず床に衝突する。落下をはじめてから B が床に衝突するまでに要する時間は、重力加速度の大きさを g として [1] であり、床に衝突する瞬間の B の速さは [2] である。B と床との衝突は完全に非弾性的であるとすると、

さて A は、ばねが Δx だけ縮んだとき床にもっとも近づいたとする。すなわち、A は $d - \Delta x$ の位置に達して一瞬静止する。するとエネルギー保存則 $mg(h + d) = [3]$ から $\Delta x = [4]$ である。ばね定数 k は十分大きくて、ばねがつぶれて A が床に衝突する ($d < \Delta x$) ようなことは起こらないとする。この後ばねは伸び始め、それにつれて B が床から受ける抗力 (重力とばねの力との和) は減少し、自然長からの伸びが [5] に達したとき、抗力は 0 となって B は「離陸」する。このときの A の速さを v_A とすると、エネルギー保存則 $mg(h + d) = [6]$ から $v_A = [7]$ である。ただし、この表式が意味をもつには $h > [8]$ でなければならない。さもなければ物体 A はこの地点に達することではなく、B も床面から離れることはない。そのような場合には、A は床面上の B に捕えられたまま単振動を行う。

さて、A が B を伴って上昇をはじめたとしよう。その瞬間の A、B の質量中心 (重心) の速さを V_0 、床面からはかった質量中心の位置を X_0 とする。質量中心に質量 $2m$ の物体があると考えてよいから、運動量の保存則から V_0 は v_A を用いて、 $V_0 = [9]$ である。上昇するばね質量系の質量中心が床から X_1 の位置で最高点に達したとすると、質量中心の運動に関するエネルギー保存則は、 X_1 、 V_0 、 X_0 等を用いて [10] と書ける。以上から、落下する前に $h + \frac{d}{2}$ の高さにあったばね質量系の質量中心は、B と床との非弾性衝突の後、 h 、 d 、 k 、 m を用いて $X_1 = [11]$ の位置まで上昇することがわかる。

13 次の問題の の中に解答群の中から正しい答えを選べ。

図のように水平でなめらかな板に小さな穴 O を開け軽いひもを通し、その両端にそれぞれ質量 m の小球 A, B を取りつけた。ただし、ひもと小さな穴との間に摩擦はないものとする。また重力加速度の大きさを g とする。



(a) 小球 A に、ある初速を与え、O を中心に半径 a 、速さ v_0 の等速円運動を行かせたところ小球 B は静止したままであった。ひもの張力の大きさを T とすると、小球 A の運動方程式は であり、小球 B のつりあいの式は である。よって、小球 A の速さ v_0 と半径 a との関係は である。

(b) いま小球 B を手で下方にゆっくりと b ($b < a$) だけ引き下げたところ、小球 A の運動は速さ v の等速円運動に変わった。この過程で小球 A にはたらく力は中心 O に向かっているため、小球 A に対して O を中心として回転させる力にはならない。この場合、小球 A の動径 OA が単位時間に描く面積(面積速度)は、速さが v_0 の等速円運動から速さ v の等速円運動に変わっても変化しない。小球 A の速さが v_0 のときの面積速度は $\times v_0$ であり、小球 B を下方に b だけ引き下げたとき小球 A の面積速度は $\times v$ である。よって、小球 B を b だけ引き下げたときの小球 A の速さ v は $\times v_0$ となる。このとき、ひもの張力の大きさは $\times mg$ であり、手が小球 B を下方に引いている力は $- 1)mg$ である。

(c) 小球 B を b だけ下方に引き下げたとき、手のした仕事は $\times (3a - 2b)mg$

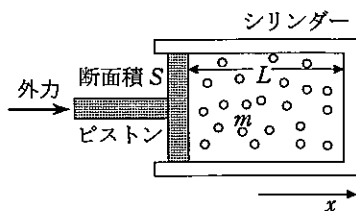
である。いま引き下げた距離 b が $\frac{a}{2}$ 、小球 A の運動エネルギーの増加を ΔE とすると、手のした仕事は $\times \Delta E$ である。

{解答群}

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{a}{3}$ (6) $\frac{a}{2}$ (7) a (8) $2a$
 (9) $a - b$ (10) $a + b$ (11) $\frac{(a - b)}{2}$ (12) $\frac{(a + b)}{2}$ (13) $v_0 = a^2g$
 (14) $v_0^2 = ag$ (15) $v_0^2 = a^2g$ (16) $\frac{a}{(a - b)}$ (17) $\frac{a^2}{(a - b)}$
 (18) $\frac{a}{(a - b)^2}$ (19) $\frac{a^2}{(a - b)^2}$ (20) $\frac{a^3}{(a - b)^2}$ (21) $\frac{a}{(a - b)^3}$
 (22) $\frac{a^2}{(a - b)^3}$ (23) $\frac{a^3}{(a - b)^3}$ (24) $\frac{b}{(a - b)}$ (25) $\frac{b^2}{(a - b)}$
 (26) $\frac{b}{(a - b)^2}$ (27) $\frac{b^2}{(a - b)^2}$ (28) $\frac{b^3}{(a - b)^2}$ (29) $\frac{b}{(a - b)^3}$
 (30) $\frac{b^2}{(a - b)^3}$ (31) $\frac{b^3}{(a - b)^3}$ (32) $mg = T$ (33) $mg = T^2$

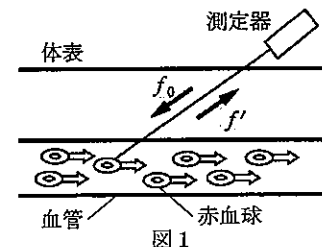
- (34) $m^2g^2 = T$ (35) $\frac{mv_0^2}{a} = T$ (36) $\frac{mv_0^2}{a} = T^2$ (37) $\frac{mv_0}{a^2} = T$
 (38) $\frac{mv_0}{a^2} = T^2$ (39) $\frac{mv_0^2}{a^2} = T$ (40) $\frac{a}{mv_0} = T$ (41) $\frac{a^2}{mv_0} = T$
 (42) $\frac{a^2}{mv_0^2} = T$

14 図のように、断面積 $S[\text{m}^2]$ のシリンダーとなめらかに動くピストンに囲まれた空間に分子数 N 個の単原子分子理想気体を封入してある。封入された気体には、外部からの熱の出入りはないものとする。気体の絶対温度 $T[\text{K}]$ において、シリンダーの底から長さ $L[\text{m}]$ の位置にあるピストンに気体が及ぼす力と外力とが釣りあっている。ここで、気体の分子は壁に衝突したとき運動エネルギーを失わないものとする。気体分子の質量を $m[\text{kg}]$ とし、また、気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ 、アボガドロ定数を N_A $[\text{1/mol}]$ と表す。以下の設問では、図のようにピストンの動く方向に x 軸をとる。

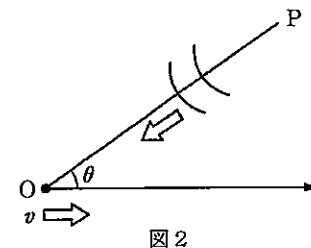


- [A] 分子はどの方向にも均等に熱運動し、分子どうしの衝突は無視して考える。次の問いに答えよ。
- (1) x 方向の速さ $v_x[\text{m/s}]$ をもつ 1 個の分子が、1 回の衝突でピストンに与える力積の大きさを求めよ。
 - (2) (1) の分子が単位時間当たりにピストンに衝突する回数を求めよ。
 - (3) N 個の分子にわたる v_x^2 の平均値を $\overline{v_x^2}$ とする。ピストンが気体分子 1 個から受ける力の平均値を \overline{F} を用いて表せ。
 - (4) 分子の速さを $v[\text{m/s}]$ とするとき、 $\overline{v_x^2}$ と $\overline{v^2}$ の関係を示せ。
 - (5) 理想気体の状態方程式を用いて、気体分子 1 個当たりの運動エネルギーの平均値を絶対温度 T を用いて表せ。
- [B] 次に、つりあいを保ったまま、シリンダーに対してピストンを x の正の向きにゆっくり押し込んだ。ピストンの速さを $V[\text{m/s}]$ として次の問いに答えよ。
- (1) 分子がピストンに衝突する直前の x 方向の速さを v_x として、衝突後の速さを求めよ。
 - (2) ピストンとの衝突による分子 1 個当たりの運動エネルギーの変化分を導出せよ。また、ピストンを押し込むと気体の温度が上昇する理由を微視的な分子運動の観点から説明せよ。

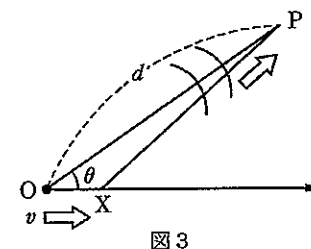
15 超音波のドップラー効果を用いて血流の速さを測定する原理を考える。図 1 のように、体表に静止した測定器から振動数 f_0 の音波を赤血球に照射する。すると、赤血球は音波を反射し、測定器はもと異なる振動数 f' をもつ音波を受信する。以下、振動数の変化量から赤血球の速さを求めるための関係式を導出する。簡単のため、赤血球の大きさは十分小さく、測定器および赤血球から出される音波の体内における速さ c は一定で、測定器と赤血球の距離は十分大きいとする。



- (1) 初めに、赤血球を動く観測者と考え、測定器が発した音波を赤血球が観測する場合を考える。図 2 のように、赤血球は x 軸上を、速さ v ($v < c$) で正の向きに等速直線運動しているものとする。点 P で静止した測定器から振動数 f_0 の音波が原点 O に向かって出ており、 x 軸と直線 OP のなす角度を θ とする。赤血球が O を通過するとき、観測者の運動を音源方向(直線 OP 方向)の運動とそれと直交する方向の運動に分解して考えると、赤血球が観測する音波の振動数 f_1 は c 、 v 、 θ を用いて $f_1 = \text{ア} \times f_0$ と表せる。赤血球から反射される音波の振動数はこの f_1 である。



- (2) 次に、動いている赤血球から発せられた振動数 f_1 の音波を、点 P で静止した測定器が観測する場合を考える。図 3 のように、原点 O から P までの距離を d とする。赤血球が原点 O を通過した時刻を $t=0$ として、このとき出される音波の波面を W_0 とする。点 X を通過した時刻に 1 周期遅れた次の波面 W_1 が出されたとき、2 点間の距離 \overline{OX} は v と f_1 を用いて $\overline{OX} = \text{イ}$ で与えられる。最初の波面 W_0 が P に到達する時刻 t_0 は $t_0 = \text{ウ}$ であり、次の波面 W_1 が P に到達する時刻 t_1 は $t_1 = \text{エ} + \frac{\overline{XP}}{c}$ である。(イ) が \overline{OP} に比べ十分小さいとき、 $\overline{OP} - \overline{XP} = \text{イ} \times \cos \theta$ と書ける。したがって、P で観測される波の振動数 f' は c 、 v 、 θ を用いて $f' = \text{オ} \times f_1$ と表せる。
- (3) 実際の現象は以上の (1) と (2) の組合せである。すなわち、測定器から照射された振動数 f_0 の音波は赤血球で反射され、再び測定器で受信されるが、測定器が受信する音波の振動数 f' と f_0 の関係は $f' = \text{カ}$ $\times f_0$ と表せる。したがって、 f' を観測すれば振動数の差 $f' - f_0$ から赤血球の速さ v を求めることができる。 $\frac{v}{c}$ が 1 より十分小

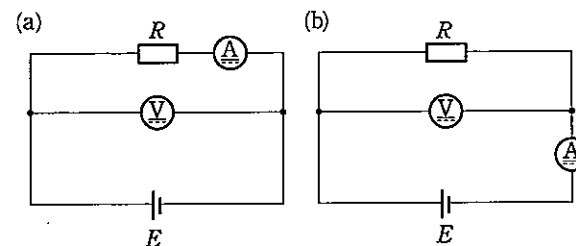


さいとき、振動数の差は v , f_0 , θ , c を用いて $f' - f_0 \approx \boxed{\text{キ}} \times \frac{v}{c}$ と表せる。ただし、右辺で $\frac{v}{c}$ の 2 乗以上の項を無視した。(| a | が 1 に比べて十分小さいとき、近似式 $(1+a)^{-1} \approx 1-a$ が成りたつことを用いてもよい。)

(4) 以上において $f_0 = 5.0 \times 10^6$ Hz, $c = 1.5 \times 10^3$ m/s, $\theta = 60^\circ$ のとき、振動数の差は $f' - f_0 = 300$ Hz であった。赤血球の速さ v は何 cm/s か。有効数字 1 桁で求めよ。

16 電気回路に用いられる電流計、電圧計、電池には有限の内部抵抗が存在する。電流計は r_A 、電圧計は r_V 、電池は r_E の内部抵抗をそれぞれもっているとして、次の文章の $\boxed{\quad}$ に、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ は適切な式、 $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}}$ は有効数字 2 桁の数値、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{カ}}$ は (a) もしくは (b) を入れよ。

抵抗を電池に接続して、電流値と電圧値を測定することにより抵抗値を求めることを考える。図の (a), (b) に示す 2 通りの方法で、抵抗、起電力 E の電池、電流計、電圧計を接続して測定を行った。



まず、(a) の接続方法において測定された電流値と電圧値により、抵抗値を $R_a = (\text{電圧値}) \div (\text{電流値})$ として計算すると、真の抵抗値 R は $R = \boxed{\text{ア}}$ と表すことができる。同様に、(b) の接続方法で得られた抵抗値を R_b とすると、 $R = \boxed{\text{イ}}$ と表すことができる。

$R = 1.0 \times 10^5 \Omega$ の抵抗を測定する場合に、2 つの接続方法を比較してみよう。内部抵抗の大きさとして、 $r_V = 1.0 \times 10^6 \Omega$, $r_A = 1.0 \Omega$, $r_E = 0.50 \Omega$ という値を用いると、測定値と真の値の差はそれぞれ、 $|R - R_a| = \boxed{\text{ウ}} \Omega$, $|R - R_b| = \boxed{\text{エ}} \Omega$ となるため、図の $\boxed{\text{オ}}$ の接続方法のほうが真の値に近い測定値が得られることがわかる。また、電圧計の接続による回路への影響が無視できる場合には、図の $\boxed{\text{カ}}$ の接続方法によって正確な測定値が得られる。

17 図1のように、長さ l_1 [m] で断面積 S_1 [m²] の細長い円筒状コイル(ソレノイド1とよぶ)に電流 I_1 [A] が流れている。ソレノイド1の単位長さ当たりの巻数は n_1 [/m] である。ソレノイド1の電流がつくる磁束密度の大きさはソレノイド1内部では $B_1 = \mu_0 n_1 I_1$ [Wb/m²]、外部では0である。ここで、 μ_0 [N/A²] を真空の透磁率とする。次の各問いに答えよ。

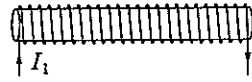


図1 ソレノイド1

- (1) ソレノイド1の断面を貫く磁束 Φ_1 [Wb] の大きさを求めよ。
- (2) 短い時間 Δt [s] の間に電流が ΔI_1 [A] だけ変化したとき、ソレノイド1に生じる誘導起電力の大きさ V_1 [V] を求めよ。また、ソレノイド1の自己インダクタンス L_1 [H] を求めよ。
- (3) ソレノイド1の電流が0から I_1 までゆっくりと増加するとき、ソレノイド1内に蓄えられる磁場のエネルギー U_1 [J] を求めよ。

(4) ソレノイド1内に蓄えられる単位体積当たりの磁場のエネルギー u_1 [J/m³] を磁束密度の大きさ B_1 、真空の透磁率 μ_0 のみを用いて表せ。

次に図2のように、電流 I_1 のソレノイド1と同じ中心軸をもつ長さ l_2 (m) (< l_1)、断面積 S_2 (m²) (> S_1)、単位長さ当たりの巻数 n_2 [/m]、電流 I_2 [A] のソレノイド2を配置する。このソレノイド2に関して次の各問いに答えよ。

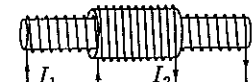
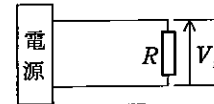


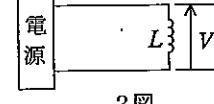
図2 ソレノイド1と2

- (5) ソレノイド2の電流がつくるソレノイド2内部の磁束密度の大きさ B_2 [Wb/m²] を求めよ。
- (6) ソレノイド2の断面を貫く磁束 Φ_2 [Wb] を求めよ。
- (7) 短い時間 Δt [s] の間にソレノイド1の電流が ΔI_1 [A] だけ変化したとき、ソレノイド2に生じる誘導起電力の大きさ V_2 [V] を求めよ。また、このときの相互インダクタンス M [H] を求めよ。

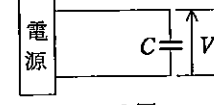
18 電源に抵抗 R をつないだ回路(1図)とコイル(インダクタンス L)をつないだ回路(2図)、コンデンサー(静電容量 C)をつないだ回路(3図)とがある。流れた電流 I が4図の三角波の場合を考える。横軸を時間 t とし、電流の最大値を I_p とする。



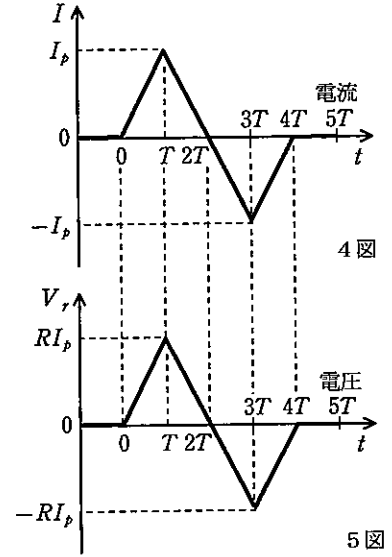
1図



2図



3図



1図の抵抗に生じる電圧 V_r はオームの法則により5図になる。これを参考にして、コイルとコンデンサーの場合について下記の問いに答えよ。

(1) 2図について

(ア) 電圧 V_i を図示せよ。

(イ) $t = 2T$ における V_i を求めよ。

(2) 3図について、時刻 $t = 0$ で $V_c = 0$ とする。

(ウ) $t = T$ における電圧 V_c を求めよ。

(エ) $t = 0$ から $t = T$ までの区間での任意の時刻 t における V_c を求めよ。

(オ) $t = 4T$ における V_c を求めよ。

(カ) V_c を図示せよ。

19 次の文章の空欄□の中に適当な数字, 式, あるいは単語を代入して文を完成させよ。ただし, プランクの定数を h , 円周率を π とする。

ボーアは水素原子内で, 電荷 $-e$, 質量 m の電子が, 電荷 $+e$ の原子核を中心とした半径 r の円軌道上を, 速さ v で等速円運動をしているとして(図1), これらの間には $mvr = n \times \square$ の関係があることを仮定した。これをボーアの量子条件とよぶ。ここで n は正の整数である。ド・ブロイは電子が波長 $\lambda = \square$ をもった波と考え, ボーアの量子条件が定常波のできる条件に一致することを示した。ボーアの量子条件を考慮して水素の原子核のまわりの電子の運動を考えてみよう。



図1

電子のもつ運動エネルギー K と静電気力による位置エネルギー U はそれぞれ

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad \text{および} \quad U = -\frac{ke^2}{r}$$

水素の原子核と電子の間にはたらく静電気力が電子の円運動の向心力となるから,

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$E = K + U = \square$ となる。また, 上の力のつりあいの式とボーアの量子条件から v を消去して, $r = n^2 \times \square$ を得る。これらのことから E は n を用いて

$$E = \square \times n^{-2}$$

と表され, 電子のエネルギーはとびとびの値しかとることができない。電子がとることのできるエネルギーの1つ1つの値を水素原子のエネルギー準位という。

アインシュタインによれば光もまた粒子である。この粒子を光子とよぶ。振動数 f をもった光子1個のエネルギーは \square で与えられる。水素原子内で電子がエネルギー E をもった準位から, 異なったエネルギー E' をもった準位へ移るとき, 光子1個を放出または吸収する。このときの光子のエネルギーは \square に等しく, 光子の振動数は $f = \square$ に等しい(注:(キ)と(ク)は絶対値で表すこと)。

水素原子内で電子が $n=1$ で与えられるエネルギーをもった準位から $n=2$ のエネルギー準位へ移るとき, 振動数が f_0 の光子1個を吸収するものとする(図2)。 $n=1$ のエネルギー準位にある水素原子が電子を放出する(イオン化するためには, 吸収する光子の振動数は $\square \times f_0$ より大きくなければならない。このとき吸収した光子の振動数が $2f_0$ だとすれば, イオン化によって飛び出してくる電子の運動エネルギーは吸収した光子のエネルギーの \square 倍であると予想される。

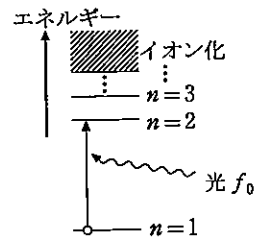
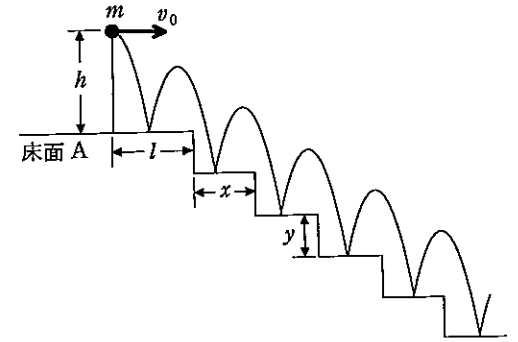


図2

20 真横から見ると図のような階段がある。階段の最上部の床面を A とよぶ。各階段の高さは y [m], 床面の長さは x [m] であり, この階段は無限の深さまで続いているとする。床面 A と階段の床面はすべて水平である。



床面 A 上の階段部まで l [m] の地点より高さ h [m] の位置に質量 m [kg] の大きさが無視できる小球がある。この

小球を水平方向に, 階段部の方へ速さ v_0 [m/s] で投げた。小球は床面 A に1度だけ衝突した後に, 図のように各階段の床面に1度ずつ衝突しながら, 無限に続く階段を降りていった。小球と床面との衝突をはねかえり係数 e ($0 < e < 1$) の非弾性衝突として, 以下の問いに答えよ。ただし, 重力加速度を g [m/s²] とし, 空気抵抗は無視できるものとする。なお, 解答には h, m, v_0, e, g 以外の記号を使用してはならない。

- (1) 小球が床面 A に衝突するまでの時間 t_1 [s] を求めよ。
- (2) 床面 A に衝突する直前の小球の鉛直方向の速さ v_{1y} [m/s] を求めよ。
- (3) 小球が床面 A に衝突するためには, l は l_{\min} [m] 以上でなければならない。 l_{\min} を求めよ。
- (4) 床面 A に1度衝突した後に, 小球が最高点に達したときの床面 A からの高さ h_1 [m] を求めよ。
- (5) 小球が床面 A に2度衝突しないためには, l は l_{\max} [m] 以下でなければならない。 l_{\max} を求めよ。
- (6) 各階段の高さ y [m] を求めよ。
- (7) 各階段の床面の長さ x [m] を求めよ。
- (8) 小球が床面 A を含み10回目に床面に衝突する直前の運動エネルギー K_{10} [J] を求めよ。

21 次の文章の()の中に適当な言葉を入れ、また、 \square の中には適当な式を入れて等式を完成させよ。ただし、(ク)においてはその理由も記せ。

実験によれば、温度が一定のとき、一定量の気体の体積とその圧力とは互いに反比例の関係にある。このことを(ア)とよんでいる。いま、大気圧を p 、空気密度を ρ とすれば、温度一定のとき、(ア)は

$$\squareイ = C \quad \dots\dots (1)$$

とかき表される。ただし、 C は定数である。

右図において、地上からの高さ h における Δz の薄い空気の層に作用する圧力差と重力とのつりあいの式は、重力加速度を g とすると $\Delta p = \squareウ$ $\dots\dots (2)$

式(1)および(2)を使って計算を進めると、大気圧と高さとの関係を表す式は $h = \frac{C}{g} \log\left(\frac{p_0}{p}\right)$ $\dots\dots (3)$

と導き出され、 p_0 、 p は、それぞれ、 $z=0$ と $z=h$ における圧力である。また、気体の分子運動論によれば $p = \frac{1}{3}nm\bar{v}^2$ $\dots\dots (4)$

で与えられる。ここで、 n は単位体積中に含まれる気体分子の数、 m は分子1個の質量、 \bar{v}^2 は分子の速度の2乗の平均値である。式(3)および(4)を使って、 n が h の指数関数として減少することを示し、 $n = \squareエ$ となる。ただし、地上および高さ h における単位体積内に含まれる気体分子の数を n_0 、 n とする。

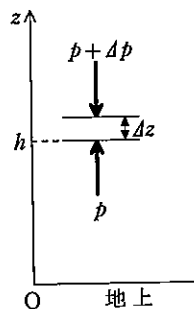
ここで、空気を理想気体と考えて、定数 C を分子量 M 、気体定数 R 、絶対温度 T を使って表すと $C = \squareオ$ $\dots\dots (5)$

となる。式(5)は1g当たりの(カ)とよばれている。式(3)および(5)から、圧力 p を T を含む式で表すと $p = p_0 \squareキ$ $\dots\dots (6)$

となる。そして、式(6)の(キ)の部分の指数を $-\frac{U}{kT}$ とかき変えたときに、 U は(ク)を意味する。ただし、 k はボルツマン定数である。

次に、1mol当たりの(カ)と式(4)を組み合わせると、分子1個のもつ平均の運動エネルギー \bar{E} を求めると、 \bar{E} は T に比例することがわかる。この関係を導くと、 $\bar{E} = \squareケ$ $\dots\dots (7)$

となる。もし、(ク)、(ケ)の途中の計算が必要ならば、アボガドロ定数を N_0 とせよ。式(7)は、 $T=0$ ということはすべての分子が(コ)することを意味している。

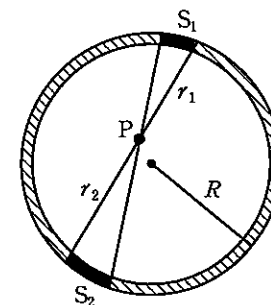


22 次の文章は、クーロンの法則を検証する実験に関する記述の一部である。これを読んで以下の問いに答えよ。

図のように、外径 R の導体でできた薄い球殻に電荷 $Q(>0)$ を与える。

図の説明

S_1 は球殻上の微小領域である。P点に関して S_1 の反対側にある領域 S_2 は次のように定義する。 S_1 内の任意の点に対して、その点とPを結ぶ直線が球殻と交わる点が1つずつ存在する。これらの点のすべてがつくる領域が S_2 である。その他の記号は問題文に説明がある。



この電荷は、球殻の表面に一樣に分布し、その電荷密度は $\squareア$ となる。球殻の外での電場(電界)の大きさは、球殻の中心からの距離を r とすると、 $\squareイ$ と表せる。これは、球殻に与えた電荷のすべてが $\squareウ$ に存在する場合の電場と同じである。では、球殻の内部の電場はどうなるか。今から、この球殻内の任意の点Pでの電場を求めてみよう。

球殻上の微小領域 S_1 に存在する電荷がP点につくる電場 \vec{E}_1 の大きさ E_1 は、P点から S_1 の中心までの距離を r_1 とすると $\squareエ$ と表せる。ただし、領域 S_1 の面積を s_1 とし、そこに存在する電荷は点電荷であると考えてよい。

同様に、Pに関して S_1 の反対側にある S_2 の電荷がP点につくる電場 \vec{E}_2 の大きさ E_2 は、その面積を s_2 、P点から S_2 の中心までの距離を r_2 とすると $\squareオ$ と表せる。

ここで、 s_1 と s_2 の間には $\frac{s_1}{s_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ の関係が成立するので、 E_1 と E_2 の間には

$\squareカ$ の関係が成立することがわかる。 \vec{E}_1 と \vec{E}_2 の方向は、互いに $\squareキ$ なので、 S_1 と S_2 がP点につくる電場の大きさは $\squareク$ になる。球殻上の電荷がP点につくる電場は、 S_1 のような微小領域のつくる電場すべての $\squareケ$ になるが、どのような微小領域に対しても、 S_1 に対する S_2 のような微小領域が存在するので、結局、

球殻内の任意の点Pの電場は $\squareコ$ となる。……(a)

以上の議論をよく考えてみると、点電荷の間にはたらく力の大きさが、距離の2乗に反比例する場合に限り、(a)が成立することがわかる。そうでない場合、例えば力の大きさが距離の3乗に反比例する場合には、(a)は成立しない。これを応用すると、次の考察をもとにして、クーロンの法則を実験的に検証できる。

①まず、球殻ではなく、内部のつまった導体球に電荷を与えた場合を考える。この場合、点電荷の間にはたらく力の大きさが、例えば距離の3乗に反比例する場合でも、導体内には電場は存在しない。

したがって、内部のつまった導体球に電荷を与えた場合、もしも、点電荷の間には

たらく力の大きさが距離の3乗に反比例するとすると、導体球内には電荷が [サ] はずである。なぜなら、電荷がすべて導体の表面に分布しているとする、いまの場合(a)が成立しないからである。そこで、2つに分割できる導体でできた球殻と、その内部にぴったりと収まる導体球を使うと、次のような実験で、点電荷の間にはたらく力の大きさが距離の2乗に反比例することを検証できる…[以下略]

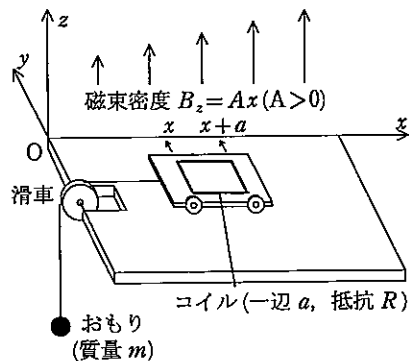
- (1) この文章の [] に適当な語句または数式を入れよ。必要であれば、クーロンの法則の比例定数を k_0 、真空の誘電率を ϵ_0 とせよ。
- (2) 下線部①の理由を定性的に述べよ。
- (3) 下線部②の実験としては、どのような実験が考えられるか。実験の手順と、なぜ、そうすると、点電荷の間にはたらく力の大きさが、距離の2乗に反比例することが検証できるのか、を簡単に述べよ。

[23] 次の文の空欄にふさわしい語句、数字、式を記せ。

半径 R_0 の球状シャボン玉の表面をゆっくり一様に帯電させると、半径が R に膨張した。これから、シャボン玉の上の電荷の総量 Q を推定してみたい。帯電させる前の状態では、球内の圧力は外気圧 p_0 に等しいと仮定しよう。帯電させることで、表面電荷どうしの [ア] がはたらき、表面積を [イ] しようとするので、外向きに膨張する力がはたらく。この力の大きさを単位面積当たり p_e とする。半径が R になったところで膨張が停止したとし、温度変化がないと仮定すると、シャボン玉内の気圧 p_i は [ウ] に下がる。力のバランスを考えると、 p_0 、 p_i 、 p_e の間に [エ] なる関係式が成立することになる。

次に、 p_e を推定してみる。話を簡単にするために、平行平板コンデンサーで考えてみよう。面積 S 、極板間の距離 d 、極板間の誘電率を ϵ_0 としよう。このとき、コンデンサーの電気容量 C は [オ] と書け、極板に帯電している電荷が Q であるときの極板間の電位差 V は [カ] となる。極板間にたまったエネルギーは d 、 Q 、 ϵ_0 、 S を用いて、[キ] と書ける。今、極板間の距離を d から $d+\Delta d$ に増加させるには、[ク] のエネルギーを必要とする。これが、外から加えねばならぬ力と移動距離 Δd の積で表現される仕事に等しいとすると、加える力は単位面積当たり $p_e = [ケ]$ となる。これは、平行平板コンデンサーにはたらいている単位面積当たりの力であるが、先のシャボン玉の際にもこの式が使える、また R_0 と R の差は小さいとして、 $p_e = p_s$ 、 $S = 4\pi R^2$ とおくと、シャボン玉の表面の総電荷 Q が、 p_0 、 ϵ_0 、 R 、 R_0 で、 $Q^2 = [コ]$ と書けることがわかる。 $p_0 = 10^5$ (Pa)、 $R_0 = 1$ (cm)、 $R = 1.1$ (cm) とすると、 $Q = 9.6 \times 10^{-7}$ (C) である。

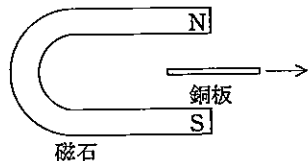
24 水平に置かれた一辺が a の正方形のコイルがある。1 図に示したように、コイルは滑車を通じて質量 m のおもりと結ばれており、 x 軸に平行に摩擦なく動くことができる。コイルはその 2 辺が x 軸に平行になっており、滑車の軸の位置を x 座標の原点 O として、コイルの位置をその滑車側の端の x 座標で表す。



1 図

このコイルはその面に垂直方向の磁界(磁場)中におかれている。磁束密度 B_z は位置 x のみの関数として $B_z = Ax$ ($A > 0$) にしたがって x 軸の正の方向に増大していく。コイルの抵抗を R とし、重力加速度を g として、以下の設問に答えよ。ただし、コイルのインダクタンスは無視してよい。

- (1) コイルを貫く磁束 Φ をコイルの位置 x の関数として求めよ。
- (2) コイルが速度 v ($v < 0$) で運動するとき、コイルを流れる電流の大きさ I とその向きを求めよ。
- (3) 滑車から十分に離れた位置で、コイルから手をはなした。ある時間の後、コイルは速度 v の等速運動をしていた。このときの速度 v を求めよ。
- (4) (3)の等速運動をしている状態で、コイルで発生するジュール熱がどこから供給されているかを簡単に説明し、エネルギー保存則が成立していることを示せ。
- (5) 強い磁石の近くから銅板を引き抜こうとすると、その動きを妨げる力を感じることもある。2 図はその一例である。面積は同じで厚さの異なる正方形の銅板が用意されている。厚い銅板と薄い銅板のどちらがより自由に動かせるか、理由とともに述べよ。



2 図

25 次の文を読んで、 には適した式または数値を入れよ。また、 には選択図(グラフ)あるいは選択肢から適したものを選べ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 、真空中の光の速さを c 、プランク定数を h とする。

- (1) 金属の内部には自由に運動している自由電子が存在しており、金属中を流れる電流はこの自由電子の運動によるものである。金属の内部では、自由電子の負電荷は金属原子の正電荷と打ち消しあって、正味の電荷は 0 になっている。しかし、質量の小さな電子は動きまわりやすく、図 1(a) に示すように、一部の自由電子は金属の表面からはみ出して存在している。このため、図 1(b) のように表面付近では自由電子による負電荷分布と金属原子による正電荷分布との均衡が崩れており、表面のすぐ外側には電子による負電荷層が形成され、逆に表面のすぐ内側では電子密度の減少により正電荷層が形成される。

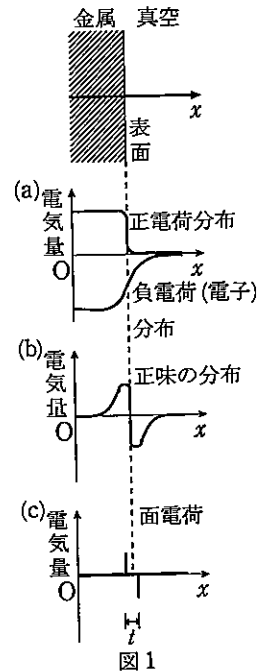
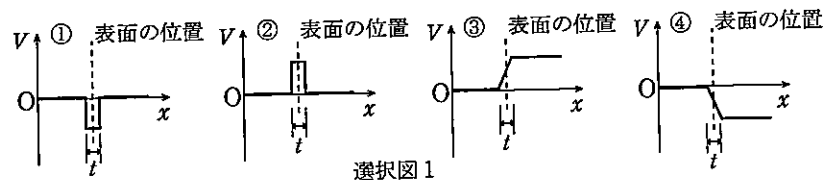


図 1

いま、表面付近に形成される正および負の電荷層を、図 1(c) のように、それぞれ面電荷で近似する。これは真空中におかれた帯電した平行板コンデンサー(電極間隔 d) の電荷分布と見なすことができる。また、金属の内部の電位を 0 とする。このとき、表面付近の電位 V は、金属の内から外に向かった x 軸の正方向に対して、 [ア: 選択図 1 より選択] のように変化する。また、コンデンサーの電極表面の単位面積当たりの電荷を $+\sigma$ および $-\sigma$ 、電子の電荷を $-e$ ($e > 0$) とするとき、平行板コンデンサーの電極間の電位差は、 [イ] となる。したがって、金属内部の自由電子を金属の外に取り出すために必要なエネルギー W は、 [ウ] となる。このエネルギー W は仕事関数とよばれており、金属の種類によって異なる値をとる。

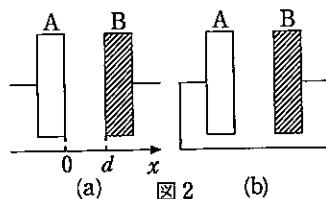


選択図 1

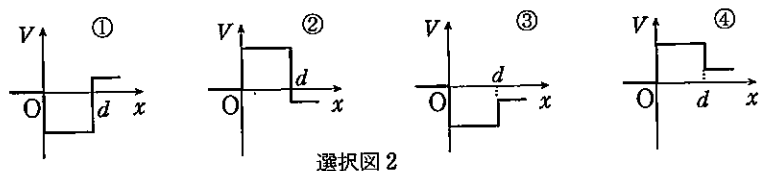
- (2) 金属に光を照射すると、光電効果によって金属の表面から電子が放出されることが知られている。この場合、光子のエネルギーが金属の仕事関数よりも小さい場合には電子は放出されない。例えば、銀の仕事関数は 6.8×10^{-19} J であり、このエネルギーに対応する光の波長 [エ] m より [オ: ① 短い ② 長い] 波長の光を照射しないと、銀からの光電子放出が起こらないことになる。ただし、真空中の光の速さを $c = 3.0 \times 10^8$ (m/s)、プランク定数を $h = 6.6 \times 10^{-34}$ (J·s) とし、波長は有効数字 2 桁

まで求めるものとする。

(3) 図2(a)のように、真空中で金属Aの電極を $x=0$ に、またAと異なる金属Bの電極を $x=d$ において、平行板コンデンサーを構成する場合を考えてみよう。間隔 d は図1(c)の電極間隔 t よりも十分に大きく、 t は実質上0とみなすことができる。また、光照射による電子の放出はないものとする。



いま、金属A、Bの仕事関数をそれぞれ W_A 、 W_B とし、また $W_A > W_B$ とする。さらに、電極Aの内部での電位を0とし、これを基準にして電位 V を測ることにする。このとき、電極に垂直な x 軸にそった V の変化は、[カ：選択図2より選択] のように表される。

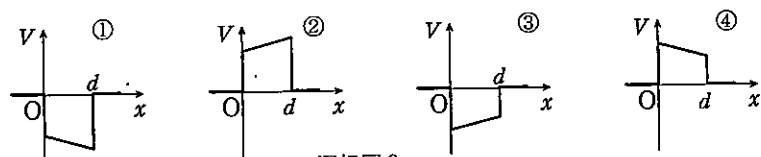


選択図2

次に電極A、Bを図2(b)のように導線でつなぐと、

- ① 導線を通して電極Aから電極Bに電子が移動して、
- キ：② 導線を通して電極Bから電極Aに電子が移動して、
- ③ 電極A、B間を電子が行き来する振動が持続して、

電子が再配分される。導線でつないでも、仕事関数 W_A 、 W_B は変化しないものとする。この結果、電極表面には電荷が現れて、平行板コンデンサーは帯電する。このとき、 x 軸にそった電位は [ク：選択図3より選択] のように変化する。電極表面の面積を S とすると、電極Bの表面に現れる全電荷は ケ である。



選択図3

1 単振動の式を取り扱う場合、

$$\Delta \begin{cases} x = A \sin \omega t & x = A \sin \omega t + B \cos \omega t + x_0 \leftarrow \text{振動中心} \\ v = A \omega \cos \omega t & \text{の方向より決めてしよ。} \\ a = -A \omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$

は覚えておこう。

(1) (a) 問題の図2より、振幅 A 、周期 T の正弦曲線であるから

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

(b) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ とすると、 $v = A \omega \cos \omega t$ 、 $a = -A \omega^2 \sin \omega t$ より

$$v = \frac{2\pi}{T} A \cos \frac{2\pi}{T} t \leftarrow \frac{dx}{dt}$$

$$a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin \frac{2\pi}{T} t \leftarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

(c) 時刻 t において物体が受けている静止摩擦力を f とすると、物体の運動方程式より $f = ma$ であり、(b) で求めた a を代入することにより

$$f = -m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

(d) 物体が受けている垂直抗力 N は、鉛直方向の力のつりあいより $N = mg$ である。物体がすべらないためには $|f|$ がつねに最大摩擦力 $\mu N = \mu mg$ を下回っていればよい。(c) より $|f|$ の最大値は $m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ であるから $m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \leq \mu mg$

$$\text{これより } T \geq 2\pi \sqrt{\frac{A}{\mu g}}$$

(2) (a) 物体が台から受ける抗力を N とおくと、物体の運動方程式は

$$ma = N - mg$$

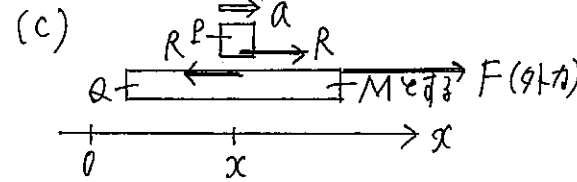
である。ここに (1)(b) の結果を代入して

$$N = mg - m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

(b) 物体が台から離れないためには N がつねに 0 以上であればよい。(a) より N の

$$\text{最小値は } mg - m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \text{ であるから } mg - m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \geq 0$$

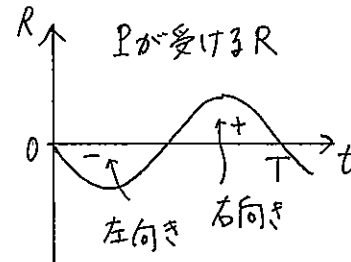
$$\text{これより } T \geq 2\pi \sqrt{\frac{A}{g}}$$



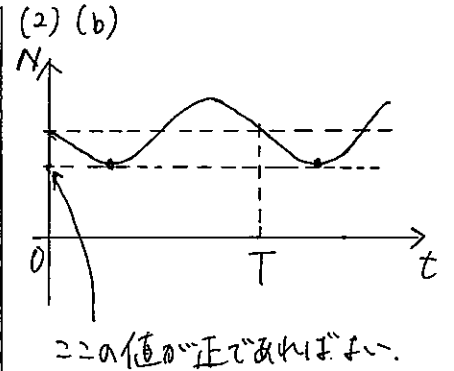
$$\begin{cases} P: ma = R \quad (a = \frac{d^2x}{dt^2}) \\ Q: MA = F - R \quad (\text{外力}) \end{cases}$$

(b) で求めた量を a に代入して、

$$R = m \left\{ -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin \frac{2\pi}{T} t \right\}$$



$$\begin{aligned} F(\text{外力}) &= (M+m)a \\ &= (M+m) \left\{ -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin \frac{2\pi}{T} t \right\} \end{aligned}$$



2 【解答】 (1) スリット A と B に到達する光を同位相にするため。

(2) 三平方の定理と、与えられた近似式を用いて

$$AP = \sqrt{l^2 + \left(x + \frac{1}{2}d\right)^2} = l \left\{ 1 + \left(\frac{x + \frac{1}{2}d}{l}\right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} & \cong l \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + \frac{1}{2}d}{l} \right)^2 \right\} \\ & = l + \frac{x^2 + xd + \frac{1}{4}d^2}{2l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BP &= \sqrt{l^2 + \left(x - \frac{1}{2}d\right)^2} \cong l \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{1}{2}d}{l} \right)^2 \right\} \\ & = l + \frac{x^2 - xd + \frac{1}{4}d^2}{2l} \end{aligned}$$

よって $AP - BP = \frac{xd}{l}$ [m]

(3) $AP - BP = \frac{xd}{l} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

よって $x = \frac{l\lambda}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right)$ (m は整数)

(4) 薄膜をおおった後の弱まった点を P' (座標 x') とし, S から P' に向かう 2 つの SAP' と SBP' の光路差を求めると

$$\begin{aligned} SA + AP' - \{(SB - t) + nt + BP'\} \\ &= (1 - n)t + AP' - BP' \\ &= (1 - n)t + \frac{x'd}{l} \text{ [m]} \end{aligned}$$

弱めあう条件は

$$(1 - n)t + \frac{x'd}{l} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\begin{aligned} \text{よって } x' &= \frac{l\lambda}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right) + \frac{lt(n-1)}{d} \\ &= x + \frac{lt(n-1)}{d} \text{ [m]} \end{aligned}$$

$x' > x$ だから, X 軸正の向きに $\frac{lt(n-1)}{d}$ [m] 移動する。

(5) 薄膜でおおったことにより, 光路差が $\frac{1}{2}\lambda$ 増加すれば, 強めあうことになるから

$$\text{光路差 } (n-1)t = \frac{1}{2}\lambda$$

よって $n = 1 + \frac{\lambda}{2t}$

【別解】 暗線間の距離 Δx [m] を求めると $\Delta x = \frac{l\lambda}{d}$ [m]

薄膜でおおったことによる暗線の移動距離が $\frac{1}{2}\Delta x$ であればよいから

$$\frac{1}{2} \frac{l\lambda}{d} = \frac{lt(n-1)}{d} \quad \text{よって } n = 1 + \frac{\lambda}{2t}$$

3 (1) Z が最小になればよいから $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ ゆえに $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

(2) $\omega > \omega_0$ のとき $\omega L - \frac{1}{\omega C} > \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$

したがって、このとき電圧計にかかる電圧の位相はコイルにかかる電圧の位相と同じで、回路を流れる電流より $\frac{\pi}{2}$ だけ進んでいる。

$\omega < \omega_0$ のときは、上と逆で、電圧計にかかる電圧の位相はコンデンサーにかかる電圧の位相と同じで、回路を流れる電流より $\frac{\pi}{2}$ だけ遅れている。

$\omega = \omega_0$ のときは、コイルとコンデンサーにかかる電圧の大きさが等しく逆向きなので、電圧計にかかる電圧は常に0となり、 α は定まらない。

ゆえに、 $\omega > \omega_0$ のとき $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 、 $\omega = \omega_0$ のとき α は定まらない、 $\omega < \omega_0$

のとき $\alpha = -\frac{\pi}{2}$

(3) $V = I_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = \frac{V_0}{Z} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$

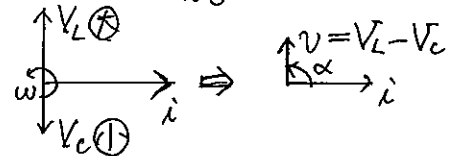
2) (i) $\omega > \omega_0$ のとき

$\omega L > \omega_0 L$

$-\frac{1}{\omega C} > -\frac{1}{\omega_0 C}$

$\omega L - \frac{1}{\omega C} > \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$

$\therefore \omega L - \frac{1}{\omega C} > 0 \Rightarrow V_L > V_C$

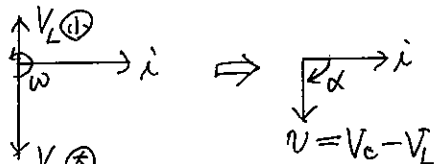


V の方が i よりも $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる。

ゆえに、 $\alpha = +\frac{\pi}{2}$

(ii) $\omega < \omega_0$ のとき

$\omega L - \frac{1}{\omega C} < 0 \Rightarrow V_L < V_C$



V の方が i よりも $\frac{\pi}{2}$ 遅れている。

ゆえに、 $\alpha = -\frac{\pi}{2}$

(iii) $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$

$\omega = \omega_0$ のとき

$V_L = V_C$

$\omega \rightarrow i$
 $V_L = V_C \Rightarrow v = 0$

$\therefore \sin(\omega t + \alpha) = 0$

α は、 $\omega t + \alpha = n\pi$
(n : 整数)

v が0値
 \Rightarrow 不定

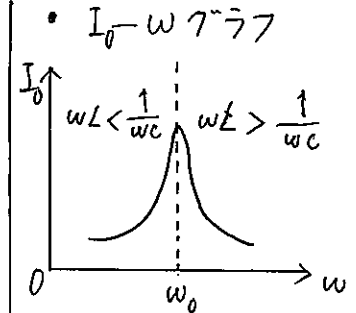
リアクタンスの大小から
 V と i の関係と
考えよう。

(3) $V_0 = Z I_0$

$V = I_0 \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$

2式から I_0 を消して、

$V = \frac{V_0}{Z} \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$



4 (ア) 電荷 q が一様な電場 E から受ける力 \vec{F}_E の大きさは $F_E = qE$

(イ) 力 \vec{F}_E の向きは $+y$ である。したがって $F_{Ex} = 0$, $F_{Ey} = qE$

粒子は、 y 軸上を $+y$ 方向へ等加速度 a_y で運動する。 ゆえに $x = 0$

(ウ) 運動方程式 $m \times a_y = qE$ より $a_y = \frac{qE}{m}$

ゆえに $y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} \cdot t^2$

(エ) 粒子は、ローレンツ力を向心力として等速円運動をする。求める半径を r とする

と、円運動の方程式は $m \times \frac{u^2}{r} = quB$ ゆえに $r = \frac{mu}{qB}$

(オ) 粒子の速度が $\vec{v}=(v_x, v_y)$ のとき、粒子が電場から受ける力 \vec{F}_E 、および、磁場から受ける力 \vec{F}_B は、右図のようになる。したがって、 x 軸方向の運動方程式は

$$m \times a_x = qv_y B \quad \text{ゆえに} \quad a_x = \frac{qv_y B}{m}$$

(カ) 右図より、 y 軸方向の運動方程式は

$$m \times a_y = qE - qv_x B \quad \dots \text{①}$$

$$\text{ゆえに} \quad a_y = \frac{q}{m}(E - v_x B)$$

$$(*) \quad \frac{E}{B}$$

(2) 式の v_x を (3) 式で置き換えるということは、 x 軸方向に等速度 $\frac{E}{B}$ で運動しながら粒子の運動を見ることである。このとき、粒子の運動は (ニ) で求めた等速円運動に見える。

(ク) A 点の y 座標 y_A は、(1) 式から求めた円運動の直径に等しい。等速円運動の中心は、粒子が1周する時間 T の間に円周分だけ移動する。

$$\text{よって} \quad \frac{E}{B} \times T = 2\pi r \quad \text{ゆえに} \quad \frac{E}{B} = \frac{2\pi r}{T} = u$$

$$\text{よって} \quad y_A = 2r = \frac{2mu}{qB} = \frac{2mE}{qB^2}$$

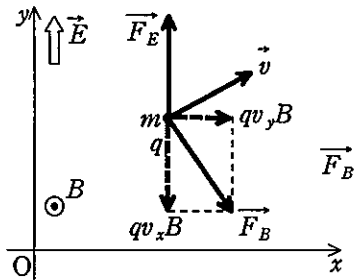
(ケ) 1 サイクルの時間は、円運動の周期 T に等しい。ゆえに $T = \frac{2\pi r}{u} = \frac{2\pi m}{qB}$

(ニ) x 軸方向へは速さ $\frac{E}{B}$ の等速で運動するから、B 点の x 座標 x_B は

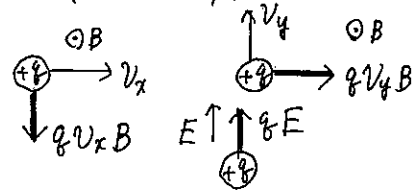
$$x_B = \frac{E}{B} \cdot T = \frac{2\pi m E}{qB^2}$$

E, B 中の荷電粒子の運動の問題は難問です。 E, B 各々単独なら大してことはいないですが、どちらも成る場合は難しい。とほめても、全く手がかからないということはないでしょう。本問は (カ) まで正解

したいところです。
 E, B 中の運動のポイントが、
① a ⊕ の書きかたです。
これができれば ② 以降も解けるでしょう。



どんな力がはたらいているのかと見抜き、図示しよう。



• Eが0の場合

$$\begin{cases} x: ma_x = qv_y B \\ y: ma_y = -qv_x B \end{cases}$$

$$\therefore a_x = \frac{qB}{m} v_y, a_y = -\frac{qB}{m} v_x$$

(1)

• Eありの場合

$$\begin{cases} x: ma_x = qv_y B \\ y: ma_y = qE - qv_x B \end{cases}$$

$$= -q(v_x - \frac{E}{B}) B$$

ポイント $\rightarrow \vec{v}_x$ とおくと (1) と同じ形になる。

$$\text{よって, } ma_y = -q\vec{v}_x B$$

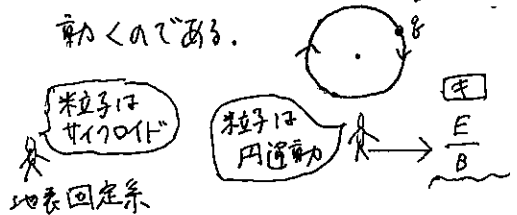
$$\vec{v}_x = v_x - \frac{E}{B} \quad (3)$$

(\sim : 4107)

$$\vec{v}_x = v_x - \frac{E}{B} \quad \leftarrow \vec{v}_x \text{ は相対速度}$$

粒子 観測者

• 粒子の運動は...
地表固定系から見るとサイクロイド
• +x 向きに $\frac{E}{B}$ で動いているから見ると等速円運動
↑ これは扱いかた。この見方によりするために、観測者はわざと $\frac{E}{B}$ で動くのである。



$$\text{⑦} \quad y_A = 2r = 2 \frac{mu}{qB}$$

②

い子の u の値はいくら?
 $\Rightarrow t=0$ で $v_x = 0$ ゆえ、
 $\vec{v}_x = 0 - \frac{E}{B} = -\frac{E}{B} \approx 0$
←x 向き
↑ ローレンツ力
 $\frac{E}{B} \cdot q|\vec{v}_x| B = q|-\frac{E}{B}| B = qE$
この速さで円運動する。つまり、 $u = \frac{E}{B}$

$$\therefore y_A = \frac{2m}{qB} \cdot \frac{E}{B} = \frac{2mE}{qB^2}$$

11 (1) 質量 $m = \text{密度} \times \text{体積}$ なので $\rho \times AL = \rho AL$

(2) 低いほうの液面に力 T_x を加えて液面が静止すると考えると、高くなった分の液体の重力と T_x がつりあっていることになる。2つの液面の高さの差の分の液体が液面を押す力を及ぼしていると考えられるので

$$T_x = \rho \times 2Ax \times g = 2\rho Agx$$

(3) 管内の液体にはたらく力 F は、液体の変位と逆向きにはたらいいて、この力が復元力なので、求めるばね定数を k とおくと

$$F = -2\rho Agx = -kx$$

よって $k = 2\rho Ag$

(4) 単振動の振動数を f とすると単振動の周期の式より

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\rho Ag}{\rho AL}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

(5) 単振り子の振動数を f' とすると単振り子の周期の式「 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 」より

$$f' = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

よって(4)の結果とあわせて考え

$$\frac{f}{f'} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{L}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}} = \sqrt{2} \text{ (倍)}$$

(6) 質量 ρAL の質点がばね定数 $2\rho Ag$ のばねにつながれて単振動していると考え。力学的エネルギーの保存より、変位が最大(ばねの伸びが最大)のときの位置エネルギーがつりあいの位置(変位0)での運動エネルギーと等しいと考えられるので

$$K = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\rho Ag}{\rho} \cdot H^2 = \rho AgH^2$$

(7) 変位0のときの速さを v として

$$\frac{1}{2} mv^2 = \rho AgH^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho AL \cdot v^2 = \rho AgH^2$$

<81> 振幅 H , 角振動数 ω 中記、

$$v = H\omega = H\sqrt{\frac{2g}{L}}$$

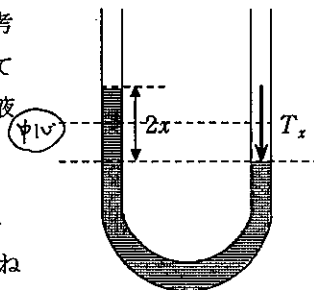
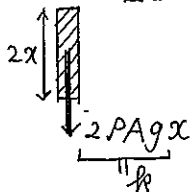
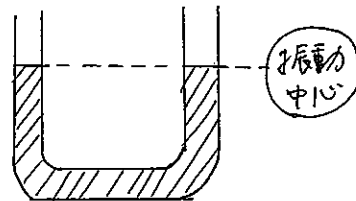


図 a



よって $v = \sqrt{\frac{2g}{L}} H$



一方が x 上がった時他方は x 下がる。
よって高低差は $2x$ になる。

12 (1) 自由落下の距離 h と時間 t の式

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \text{ より } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(2) 自由落下の速さ v と時間 t の式から

$$v = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

(3) 位置エネルギーとばねの弾性エネルギーの和になる。

$$mg(h+d) = mg(d-\Delta x) + \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$$

(4) (3)の式を整理して

$$k(\Delta x)^2 - 2mg \cdot \Delta x - 2mgh = 0$$

解の公式から $\Delta x = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + 2h \cdot \frac{mg}{k}}$

(根号の前の複号の - は $\Delta x < 0$ となるので不適当)

(5) 抗力が 0 になるときの伸びを $\Delta x'$ とすると、力のつりあいから

$$k\Delta x' = mg \quad \text{よって} \quad \Delta x' = \frac{mg}{k}$$

(6) A の力学的エネルギーとばねの弾性エネルギーの和になる。

$$\begin{aligned} mg(h+d) &= \frac{1}{2}mv_A^2 + mg(d+\Delta x') + \frac{1}{2}k(\Delta x')^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_A^2 + mgd + \frac{3m^2g^2}{2k} \end{aligned}$$

(7) (6) の式を整理して $v_A^2 = g\left(2h - \frac{3mg}{k}\right)$

これより $v_A = \sqrt{g\left(2h - \frac{3mg}{k}\right)}$

(8) 根号の中が正でなければならないから

$$2h - \frac{3mg}{k} > 0 \quad \text{よって} \quad h > \frac{3mg}{2k}$$

(9) $mv_A = 2m \cdot V_0$ より $V_0 = \frac{v_A}{2}$

(10) 最高点では質量中心の運動エネルギーは 0 であるから

$$\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot V_0^2 + 2m \cdot g \cdot X_0 = 2m \cdot g X_1$$

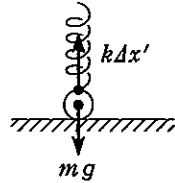
(11) ここで X_0 は (5) から

$$X_0 = \frac{1}{2}(d + \Delta x') = \frac{1}{2}\left(d + \frac{mg}{k}\right)$$

V_0 は (9), (7) から $V_0 = \frac{v_A}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{g\left(2h - \frac{3mg}{k}\right)}$

であるから (10) の式を整理して

$$\begin{aligned} X_1 &= X_0 + \frac{V_0^2}{2g} = \frac{1}{2}\left(d + \frac{mg}{k}\right) + \frac{1}{8}\left(2h - \frac{3mg}{k}\right) \\ &= \frac{h}{4} + \frac{d}{2} + \frac{mg}{8k} \end{aligned}$$



(3) A について力学的エネルギー保存則を用いる。

$$\begin{aligned} &mg(h+d) \\ &= mg(d-\Delta x) + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned} X_1 & \uparrow \quad 2mgX_1 \\ & \parallel \\ X_0 & \uparrow V_0 \quad \frac{1}{2} \cdot 2mV_0^2 + 2mgX_0 \end{aligned}$$

13 (a) (ア) 小球はひもの張力を向心力として等速円運動をしている。よって運動方程式

$$\text{は } m \cdot \frac{v_0^2}{a} = T$$

(イ) $mg - T = 0$ ゆえに $mg = T$

(ウ) (ア), (イ) より $m \cdot \frac{v_0^2}{a} = mg$ ゆえに $v_0^2 = ag$

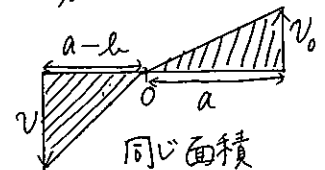
(b) (エ) 等速円運動の周期 t_0 は $t_0 = \frac{2\pi a}{v_0}$

よって面積速度は $\frac{\pi a^2}{t_0} = \frac{\pi a^2}{\frac{2\pi a}{v_0}} = \frac{a}{2} \times v_0$
一気にこれとかければ十分

(オ) 小球 A は半径 $(a-b)$ の等速円運動をする。

その周期を t とすると $t = \frac{2\pi(a-b)}{v}$

よって面積速度は



$$\frac{\pi(a-b)^2}{t} = \frac{\pi(a-b)^2}{2\pi(a-b)} = \frac{a-b}{2} \times v$$

v 一気に2倍をかけた十分

(カ) 速さが変わっても面積速度は変わらないので A には中心力しかはたらかぬ
 $\frac{a}{2} \times v_0 = \frac{a-b}{2} \times v$ ゆえに $v = \frac{a}{a-b} \times v_0$ といふゆゑ。

(キ) 小球 A はひもの張力 T' を向心力として等速円運動をしている。

$$m \times \frac{v^2}{a-b} = T'$$

(カ), (ウ) を用いて上式を整理すれば

$$T' = m \times \frac{\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 \times v_0^2}{a-b} = \frac{m a^2}{(a-b)^3} = \frac{a^3}{(a-b)^3} \times mg$$

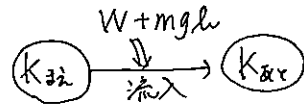
(ク) 手が小球 B を下方に引いている力を S とする。小球 B が受けている力のつりあいを表す式は $S + mg = T'$

$$\text{ゆえに } S = T' - mg = \left\{ \frac{a^3}{(a-b)^3} - 1 \right\} \cdot mg$$

(c) (ケ) 手のした仕事 W と重力のした仕事の和の分だけ、小球 A の運動エネルギーが増す。式で表すと

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W + mgb$$

内界 | 外界



$$\text{ゆえに } W = \frac{1}{2} m \left\{ \left(\frac{a}{a-b}\right)^2 \times v_0^2 - v_0^2 \right\} - mgb = \frac{b^2}{(a-b)^2} \cdot (3a-2b)mg$$

(コ) $b = \frac{a}{2}$ のとき, (カ) より $v = 2v_0$

よって, 小球 A の運動エネルギーの増加 ΔE は

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m g a$$

$b = \frac{a}{2}$ のとき, 手のした仕事 W は(ケ)より

$$W = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\left(a - \frac{a}{2}\right)^2} \times \left(3a - 2 \times \frac{a}{2}\right) mg = m g a = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} m g a = \frac{2}{3} \times \Delta E$$

(ケ) B を x だけ下方にゆくりと引き

下げたとおぼせ, x での手による

力 F は,

$$F = \left\{ \left(\frac{a}{a-x}\right)^3 - 1 \right\} mg$$

$x: 0 \rightarrow l$ の間に F の

した仕事 W は,

$$W = \int_0^l F dx$$

$$= \int_0^l \left\{ \left(\frac{a}{a-x}\right)^3 - 1 \right\} mg dx$$

$$= \left[\frac{a^3}{2(a-x)^2} mg \right]_0^l - mgl$$

$$= \left\{ \frac{a^3}{2(a-l)^2} - \frac{a^3}{2a^2} \right\} mg - mgl = \sim \text{略}$$

14 [A] (1) 気体の分子は壁に衝突したとき運動エネルギー

を失わないので, 衝突前後の気体分子の速さは等しく, 向きは逆である。運動量と力積の関係式

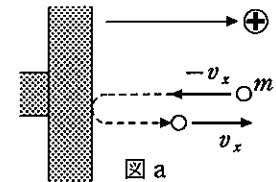
「 $mv' - mv = Ft$ 」より, 分子の受けた力積 $Ft_{\text{分子}}$

$$\text{は } Ft_{\text{分子}} = mv_x - m(-v_x) = 2mv_x$$

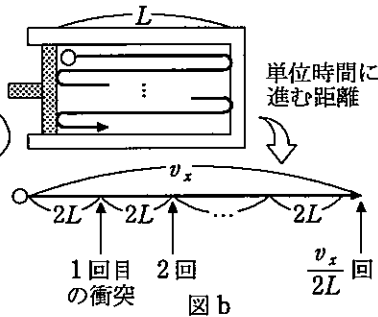
ピストンが受けた力積 $Ft_{\text{ピストン}}$ は, 作用反作用の法則より $Ft_{\text{ピストン}} = -Ft_{\text{分子}}$ の関係

が成り立つので $Ft_{\text{ピストン}} = -2mv_x$ (−は左向きを表す)

求めるのは大きさなので $2mv_x$ [N・s]



(2) 単位時間に分子は v_x [m] 進む。分子がピストンに衝突して、再び衝突するまでに $2L$ [m] 進むので、単位時間当たり衝突する回数は $\frac{v_x}{2L}$ [回] (← 振動数のようなもの)



(3) 1個の気体分子がピストンに与える力を f とする。1秒間にピストンが1個の分子から受ける力積 $f \times 1$ [N·s] は、(1), (2) より

$$f \times 1 = 2mv_x \times \frac{v_x}{2L} = \frac{mv_x^2}{L} \quad \text{よって} \quad f = \frac{mv_x^2}{L} \quad \dots\dots ①$$

$$f \text{ の平均値を } \bar{f} \text{ とすると } \bar{f} = \frac{m \overline{v_x^2}}{L} \text{ [N]} \quad \dots\dots ②$$

(4) 分子はどの方向にも均等に熱運動するので

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad \dots\dots ③$$

また、 v_x, v_y, v_z と v の関係式は

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

これを N 個の分子にわたって平均すると

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad \dots\dots ④$$

$$\text{③, ④ 式より } \overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2} \quad \dots\dots ⑤$$

(5) N 個の分子がピストンに及ぼす力 F は、② 式より

$$F = N\bar{f} = \frac{Nm \overline{v_x^2}}{L}$$

これに⑤ 式を代入して

$$F = \frac{Nm \overline{v^2}}{3L}$$

ピストン(断面積 S)にはたらく圧力 p は、圧力の式「 $p = \frac{F}{S}$ 」より、 $V = SL$ も用いると

$$p = \frac{F}{S} = \frac{Nm \overline{v^2}}{3LS} = \frac{Nm \overline{v^2}}{3V} \\ = \frac{2}{3} \frac{1}{V} N \cdot \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \dots\dots ⑥$$

シリンダー内にある $\frac{N}{N_A}$ [mol] の気体分子について、理想気体の状態方程式

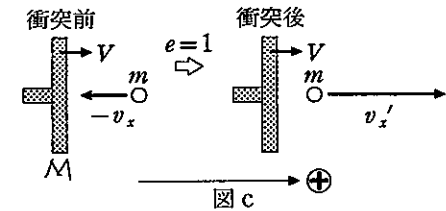
「 $pV = nRT$ 」より

$$pV = \frac{N}{N_A} RT \quad \dots\dots ⑦$$

$$\text{⑥, ⑦ 式より } pV = \frac{2}{3} \cdot N \cdot \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{N}{N_A} RT$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3RT}{2N_A} \text{ [J]} \quad \dots\dots ⑧$$

(B) (1) 気体分子とピストンは、運動エネルギーを失わない弾性衝突(反発係数 $e=1$) をする。衝突後の分子の速度を v_x' とすると、



反発係数の式「 $e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$ 」

より

$$1 = -\frac{v_x' - V}{(-v_x) - V}$$

$$\text{よって } v_x' = v_x + 2V \text{ [m/s]}$$

(2) 運動エネルギーの変化分 ΔK は

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_x'^2 + v_y^2 + v_z^2) - \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$= \frac{1}{2} m v_x'^2 - \frac{1}{2} m v_x^2$$

$$= \frac{1}{2} m (v_x + 2V)^2 - \frac{1}{2} m v_x^2$$

$$= 2m(v_x + V)V \text{ [J]} \quad \dots\dots ⑨$$

⑨ 式より、ピストンを押し込むことによって、シリンダー内の気体分子のもつ運動エネルギーが増加することがわかる。微視的な分子運動の観点では、⑧式に示されているように絶対温度は気体分子の運動エネルギーに比例していることがわかる。すな

運動量保存則より、
 $MV + m(-v_x) = MV + mv_x' \quad \dots\dots ⑩$

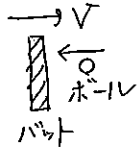
$$\therefore v_x' = -v_x \quad ???$$

これはどういふこと? なぜ同速になった?

⇒ ピストンに外力がかかっているのに
 運動量のみが保存されると考えた
 のが間違っ!

⑩は成立しません。

わち、ピストンを押し込むと気体分子のもつ運動エネルギーが増加し、絶対温度が上昇するのである。



やがて「ボール」を「バット」で打ち返すと
同じこととしている。分子の運動エネルギー
は当然増加する。式④より、 T も
増加することがわかる。

15 (1) 音波の速さは c で与えられている。

(ア) 赤血球 (観測者) が測定器 (音源) に近づく速さは $v \cos \theta$ であるから、

ドップラー効果の式「 $f' = \frac{V - v_o}{V - v_s} f_0$ 」より

$$f_1 = \frac{c - (-v \cos \theta)}{c - 0} f_0 = \frac{c + v \cos \theta}{c} \times f_0$$

(2) (イ) 振動数が f_1 だから、周期 T_1 は $T_1 = \frac{1}{f_1}$ である。

\overline{OX} は赤血球が 1 周期の間に進む距離だから

$$\overline{OX} = v T_1 = v \frac{1}{f_1} = \frac{v}{f_1}$$

(ウ) $\overline{OP} = d$ を速さ c で進むから $t_0 = \frac{\overline{OP}}{c} = \frac{d}{c}$

(エ) 次の波面 W_1 は X から出た波であるから、 t_1 は赤

血球が O から X まで進む時間 T_1 と、音が X から P まで伝わる時間の和である。

$$t_1 = T_1 + \frac{\overline{XP}}{c} = \frac{1}{f_1} + \frac{\overline{XP}}{c}$$

(オ) $\overline{OP} - \overline{XP} = c t_0 - \left(c t_1 - \frac{c}{f_1} \right) = c(t_0 - t_1) + \frac{c}{f_1}$

また、問題文より $\overline{OP} - \overline{XP} = \frac{v}{f_1} \cos \theta$ なので

$$c(t_0 - t_1) + \frac{c}{f_1} = \frac{v}{f_1} \cos \theta$$

ところで、 $t_1 - t_0$ は点 P で受ける波の周期であるから $f' = \frac{1}{t_1 - t_0}$ となる。

$$\text{よって } -\frac{c}{f'} + \frac{c}{f_1} = \frac{v}{f_1} \cos \theta$$

$$\frac{c}{f'} = \frac{c - v \cos \theta}{f_1}$$

$$\text{ゆえに } f' = \frac{c}{c - v \cos \theta} \times f_1$$

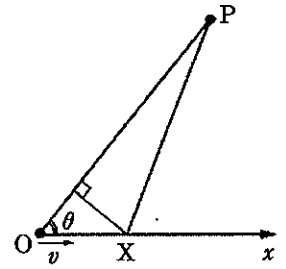
(3) (カ) (ア) と (オ) を用いて

$$f' = \frac{c}{c - v \cos \theta} \cdot \frac{c + v \cos \theta}{c} \times f_0$$

$$= \frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \theta} \times f_0$$

$$(*) f' - f_0 = \left(\frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \theta} - 1 \right) f_0$$

$$= \frac{2v \cos \theta}{c - v \cos \theta} f_0$$



$$(*) \left\{ \begin{array}{l} t_0 = \frac{d}{c} \\ t_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{\overline{XP}}{c} \end{array} \right.$$

$$\therefore \overline{OP} - \overline{XP} = \frac{v}{f_1} \cos \theta \quad \#4,$$

$$t_1 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{c} \left(\overline{OP} - \frac{v}{f_1} \cos \theta \right)$$

$$= \frac{1}{f_1} + \underbrace{\frac{\overline{OP}}{c}}_{t_0} - \frac{v \cos \theta}{c f_1}$$

$$\therefore \underbrace{t_1 - t_0}_{\frac{1}{f'}} = \frac{1}{f_1} - \frac{v \cos \theta}{c f_1} = \frac{c - v \cos \theta}{c f_1}$$

$$\frac{1}{f'} : 1 \text{ 周期}$$

$$= \frac{2f_0 v \cos \theta}{c} \times \frac{1}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$$

$$= \frac{2f_0 v \cos \theta}{c} \times \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)^{-1}$$

$$\approx \frac{2f_0 v \cos \theta}{c} \times \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right)$$

$$\approx 2f_0 \cos \theta \times \frac{v}{c}$$

(4) (キ)より $v = \frac{c \times (f' - f_0)}{2f_0 \cos \theta}$ に代入して

$$v = \frac{1.5 \times 10^3 \times 300}{2 \times 5.0 \times 10^6 \times \cos 60^\circ} = 9.0 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

よって $v = 9 \times 10^{-2} \text{ m/s} = 9 \text{ cm/s}$

16 (ア) 真の抵抗値 R の抵抗に r_A の抵抗を直列に接続したときの値が R_a と測定されているので

$$R + r_A = R_a \quad \text{よって} \quad R = R_a - r_A$$

(イ) 真の抵抗値 R の抵抗に r_V の抵抗を並列に接続したときの値が R_b と測定されているので

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_V} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{よって} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_b} - \frac{1}{r_V} = \frac{r_V - R_b}{R_b r_V}$$

$$\text{ゆえに} \quad R = \frac{R_b r_V}{r_V - R_b}$$

(ウ) (ア)の結果より

$$|R - R_a| = r_A = 1.0 \Omega$$

(エ) ①式より

$$\frac{1}{R_b} = \frac{R + r_V}{R r_V} \quad \text{よって} \quad R_b = \frac{R r_V}{R + r_V}$$

ゆえに

$$|R - R_b| = \left| R - \frac{R r_V}{R + r_V} \right| = \left| \frac{R(R + r_V)}{R + r_V} - \frac{R r_V}{R + r_V} \right|$$

$$= \frac{R^2}{R + r_V} = \frac{(1.0 \times 10^5)^2}{1.0 \times 10^5 + 1.0 \times 10^6}$$

$$= \frac{1.0 \times 10^5}{11} \approx 9.1 \times 10^3 \Omega$$

(オ) (ウ), (エ)の結果より, (a)の接続方法が真の値に近い。

(カ) 電圧計の影響が無視できるとき, r_V が限りなく大きいと考えることができ, そのとき $\textcircled{*}$

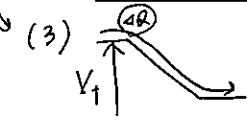
$$|R - R_b| = \frac{R^2}{R + r_V} \approx 0 < 1.0 \text{ (イ)}$$

と考えられるので, (ウ)の結果と比較すると (b) が正確となる。

(ア)より, $R \div R_a$ となるためには,
 $r_A \div 0$ であらねばよい (つまり, r_A は小さく
 ければ小さいほどよい)。

(イ)より, $R \div R_b$ となるためには,
 r_V が大きいほどよい。... $\textcircled{*}$

(オ) |真値 - 測定値| の
 差が小さい方がよい。



$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \left(\frac{\Delta I}{\Delta t} > 0 \right) \\ \Delta Q = I \Delta t \end{cases}$$

電荷 $\Delta Q = I \Delta t$ は位置エネルギーを失う。
そのエネルギーはコイルに蓄えられる。
 ΔQ が失ったエネルギー ΔU は、
 $\Delta U = \Delta Q \cdot V_1$
 $= I \Delta t \cdot L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t}$
 $= L_1 I \Delta I$

このエネルギーも足し合わせて、
 $U = \sum \Delta U = \int L_1 I \Delta I \xrightarrow{\Delta I \rightarrow 0}$
 $\rightarrow \int_0^{I_1} L_1 I dI = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$

(4) ソレノイド1の体積は $S_1 l_1 [\text{m}^3]$ と表せるので

$$u_1 = \frac{U_1}{S_1 l_1} = \frac{\mu_0 n_1^2 S_1 l_1 I_1^2}{2 S_1 l_1} = \frac{\mu_0 n_1^2 I_1^2}{2} [\text{J/m}^3]$$

ここで、問題文にあるように(ソレノイド電流がつくる磁場の式「 $H = nI$ 」および、磁束密度と磁場の関係式「 $B = \mu H$ 」より求めることもできる)

$$B_1 = \mu_0 n_1 I_1 [\text{Wb/m}^2]$$

なので、 $I_1 [\text{A}]$ は $I_1 = \frac{B_1}{\mu_0 n_1} [\text{A}]$

と表せる。よって、 $u_1 [\text{J/m}^3]$ は

$$u_1 = \frac{\mu_0 n_1^2 \left(\frac{B_1}{\mu_0 n_1} \right)^2}{2} = \frac{B_1^2}{2 \mu_0} [\text{J/m}^3]$$

cf. コンデンサーも同様に考えて...
 $U_c = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{d}{d} V^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 S d \left(\frac{V}{d} \right)^2$
 $= \frac{1}{2} \epsilon_0 S d E^2$ (← Sd は体積)

$$\therefore U_c = \frac{U_c}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 [\text{J/m}^3]$$

(5) ソレノイド1と同様に $B_2 = \mu_0 n_2 I_2 [\text{Wb/m}^2]$

(6) 磁束の式より $\Phi_2 = B_2 S_2 = \mu_0 n_1 I_1 S_1 + \mu_0 n_2 I_2 S_2 [\text{Wb}]$ (← Φ はベクトル和)

(7) ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V_2 = n_2 l_2 \left| \frac{d\Phi_1}{dt} \right| = n_2 l_2 \cdot \mu_0 n_1 S_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| = \mu_0 n_1 n_2 S_1 l_2 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| [\text{V}]$$

また相互インダクタンス $M [\text{H}]$ は相互誘導起電力の式「 $V_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$ 」より

$$V_2 = M \left| \frac{dI_1}{dt} \right| [\text{V}] \quad \text{なので} \quad \mu_0 n_1 n_2 S_1 l_2 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| = M \left| \frac{dI_1}{dt} \right|$$

よって $M = \mu_0 n_1 n_2 S_1 l_2 [\text{H}]$

$$V = n_2 l_2 \left| \frac{d\Phi_2}{dt} \right| = \underbrace{\mu_0 n_1 n_2 S_1 l_2}_{M} \left| \frac{dI_1}{dt} \right| + \underbrace{\mu_0 n_2^2 l_2 S_2}_{L_2} \left| \frac{dI_2}{dt} \right|$$

相互誘導 自己誘導

17 (1) 磁束の式「 $\Phi = BS$ 」より

$$\Phi_1 = B_1 S_1 = \mu_0 n_1 I_1 S_1 [\text{Wb}]$$

(2) ファラデーの電磁誘導の法則「 $V = -N \frac{d\Phi}{dt}$ 」より、磁束が $\Delta \Phi_1 [\text{Wb}]$ だけ変化したとすると 巻き起電力

$$V_1 = n_1 l_1 \left| \frac{d\Phi_1}{dt} \right| = n_1 l_1 \cdot \mu_0 n_1 S_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| = \mu_0 n_1^2 S_1 l_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| [\text{V}]$$

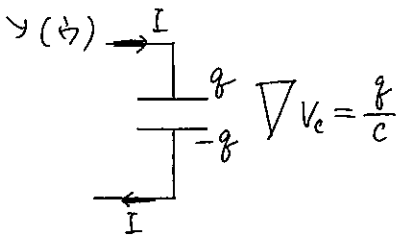
また、 $L_1 [\text{H}]$ は自己誘導起電力の式「 $V = -L \frac{dI}{dt}$ 」より $V_1 = L_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| [\text{V}]$ なので

$$\mu_0 n_1^2 S_1 l_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right| = L_1 \left| \frac{dI_1}{dt} \right|$$

よって $L_1 = \mu_0 n_1^2 S_1 l_1 [\text{H}]$

(3) コイルに蓄えられるエネルギーの式「 $U = \frac{1}{2} LI^2$ 」より

$$U_1 = \frac{1}{2} \mu_0 n_1^2 S_1 l_1 I_1^2 [\text{J}]$$



連続の式: $I = \frac{dq}{dt}$
 $\therefore dq = I dt$

$$\begin{aligned} \therefore q &= \int_0^T I dt \\ &= \int_0^T \frac{I_p}{T} t dt \\ &= \frac{I_p}{T} \cdot \frac{T^2}{2} \\ \therefore V_c &= \frac{q}{C} = \frac{I_p T}{2C} \end{aligned}$$

(エ) (ウ)と同様に
 考えて、
 $q = \int_0^t I dt'$
 $= \frac{I_p}{T} \cdot \frac{t^2}{2}$
 $\therefore V_c = \frac{q}{C} = \frac{I_p t^2}{2CT}$

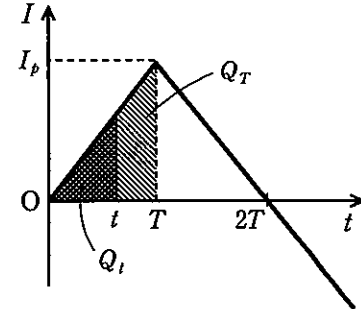
(2) (ウ) はじめの時間 T の間にコンデンサーにたくわえられた電気量 Q_T は右の $I-t$ グラフの三角形の面積に等しい。したがって

$$Q_T = \frac{I_p T}{2} \quad \text{ゆえに} \quad V_c = \frac{Q_T}{C} = \frac{I_p T}{2C}$$

(エ) (ウ)と同様に考えて

$$Q_t = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_p}{T} \cdot t \cdot t = \frac{I_p t^2}{2T}$$

$$\text{ゆえに} \quad V_c = \frac{Q_t}{C} = \frac{I_p t^2}{2CT}$$



(オ) $I-t$ グラフで、 I が負のときに t 軸と囲む面積はコンデンサーから流れ出した電気量を表している。したがって、 $t=4T$ のときコンデンサーにたくわえられた電気量は 0 である。よって $t=4T$ のとき $V_c=0$

(カ) $0 \leq t \leq T$ のとき、(エ)より $V_c = \frac{I_p}{2CT} t^2$ ①

$T \leq t \leq 3T$ のとき、(エ)と同様に考えて

$$Q_t = \frac{I_p T}{2} + I_p(t-T) - \frac{I_p}{2T}(t-T)^2 = -\frac{I_p}{2T}(t-2T)^2 + I_p T$$

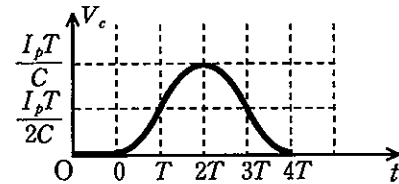
$$\text{ゆえに} \quad V_c = \frac{Q_t}{C} = -\frac{I_p}{2CT}(t-2T)^2 + \frac{I_p T}{C} \quad \text{..... ②}$$

$3T \leq t \leq 4T$ のとき

$$\begin{aligned} Q_t &= \frac{I_p t}{2} - I_p(t-3T) + \frac{I_p}{2T}(t-3T)^2 \\ &= \frac{I_p}{2T}(t-4T)^2 \end{aligned}$$

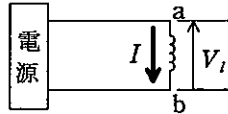
$$\begin{aligned} \text{ゆえに} \quad V_c &= \frac{Q_t}{C} \\ &= \frac{I_p}{2CT}(t-4T)^2 \quad \text{..... ③} \end{aligned}$$

右図。



18 (1) コイルには、電流の変化を打ち消す向きに誘導起電力が生じ、その大きさ $|V_i|$ は $|V_i| = L \times \left| \frac{dI}{dt} \right|$

抵抗に流れる電流 I と電圧 V の関係から、電流の向きは下向きが正で、電流 I が増加するときコイルには右図の b から a の向きに起電力が生じる。



(ア) $0 \leq t \leq T$ のとき $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{I_p}{T}$ ゆえに $V_i = L \cdot \frac{I_p}{T}$

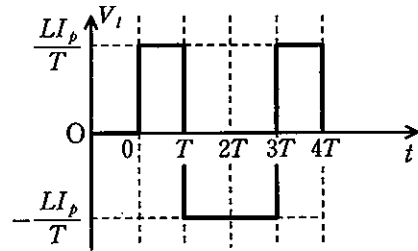
$T \leq t \leq 3T$ のとき $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{I_p}{T}$

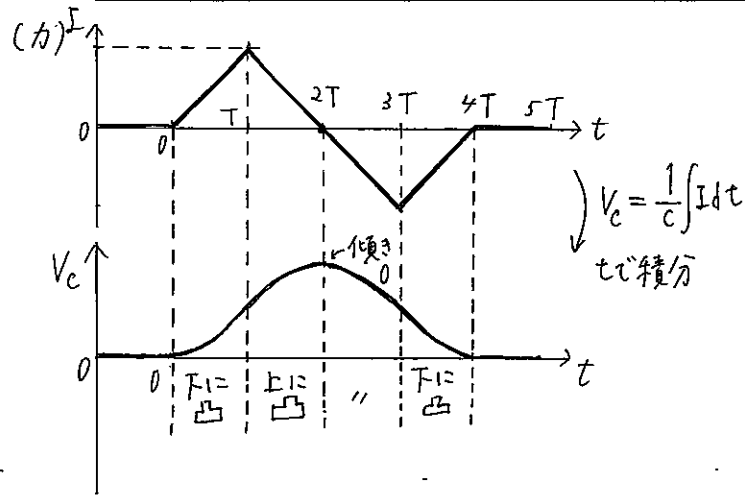
ゆえに $V_i = -L \cdot \frac{I_p}{T}$

$3T \leq t \leq 4T$ のとき $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{I_p}{T}$

ゆえに $V_i = L \cdot \frac{I_p}{T}$ 右図。

(イ) グラフより $V_i = -\frac{LI_p}{T}$





与えられたグラフをうまく利用しよう。

$$I \rightarrow V_c = \frac{q}{c} = \frac{1}{c} \int Idt$$

19 (ア) ボーアの量子条件の式は

$$2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv} \quad \text{よって} \quad mvr = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

(イ) $\lambda = \frac{h}{mv}$ ド・ブロイの
光子解釈 ボアPによる立式

(ウ) $\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ より $mv^2 = \frac{ke^2}{r}$

よって $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{ke^2}{r}\right)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{ke^2}{r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r} \dots\dots ①$$

(エ) ボーアの量子条件の式より

$$v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

これをつりあいの式に代入して

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m}{r} \cdot \left(\frac{nh}{2\pi mr}\right)^2$$

よって $r = n^2 \times \frac{h^2}{4\pi^2 kme^2} \dots\dots ②$

(オ) ②式を①式に代入してrを消去する。

$$E = -\frac{ke^2}{2r} = -\frac{ke^2}{2} \cdot \frac{4\pi^2 kme^2}{n^2 h^2}$$

$$= -\frac{2\pi^2 k^2 me^4}{h^2} \times n^{-2} \dots\dots ③$$

(カ) hf Aとあく。

(キ) $|E - E'|$

(ク) $|E - E'| = hf \dots\dots ④$

よって $f = \frac{|E - E'|}{h}$

(ケ) 吸収する光の振動数をfとすると、③、④式より

$$hf_0 = E_2 - E_1$$

$$= \frac{2\pi^2 k^2 me^4}{h^2} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \dots\dots ⑤$$

$$hf = E_\infty - E_1$$

$$= \frac{2\pi^2 k^2 me^4}{h^2} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) \dots\dots ⑥$$

$\frac{1}{\infty^2} = 0$ とみなせるから、⑥式を⑤式で辺々割って

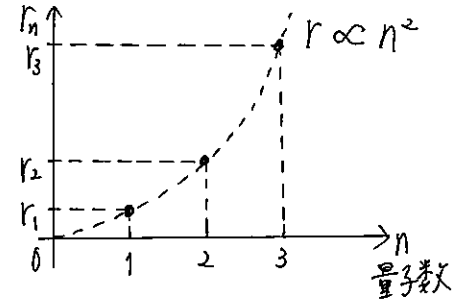
$$\frac{f}{f_0} = \frac{4}{3} \quad \text{よって} \quad f = \frac{4}{3} \times f_0$$

(コ) 電子の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv^2 = h \cdot 2f_0 - hf = h \cdot 2f_0 - h \cdot \frac{4}{3}f_0$$

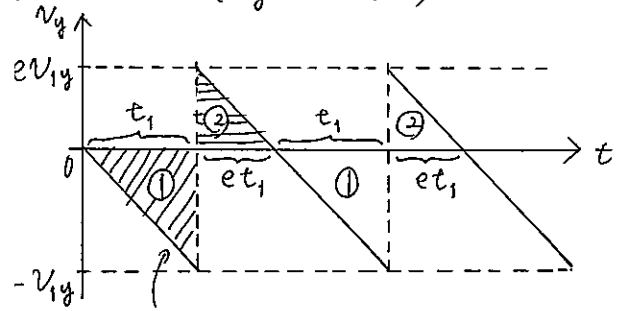
$$= \frac{2}{3} \times hf_0$$

よって $\frac{\frac{1}{2}mv^2}{h \cdot 2f_0} = \frac{\frac{2}{3}hf_0}{2hf_0} = \frac{1}{3}$ [倍]



エネルギー保存則
 $h \cdot 2f_0 = k + h \cdot \frac{4}{3}f_0$
 系系エネルギー
 ↓ この最小値が
 仕事関数

20 グラフ (v_y-t グラフ) 鉛直上向き正



傾き = $\frac{dv_y}{dt} = -g$

① = h , ② = e^2h
面積

- 20 (1) 鉛直方向は自由落下 $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ゆえに $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
 (2) 自由落下の式から $v_{1y} = gt_1 = \sqrt{2gh}$
 (3) 水平方向は等速運動 $l_{\min} = v_0 t_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$
 (4) 衝突直後の速さの鉛直方向成分を v_{1y}' とすると $e = \frac{v_{1y}'}{v_{1y}}$
 最高点の高さ $h_1 = \frac{v_{1y}'^2}{2g} = \frac{e^2 v_{1y}^2}{2g} = e^2 h$
 (5) はねかえってから最高点に達するまでの時間 $t_2 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = e \sqrt{\frac{2h}{g}} (= et_1)$

$l_{\max} = v_0(t_1 + 2t_2) = (1+2e)v_0 t_1 = (1+2e)v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(6) 同じ軌跡がくりかえし描かれるためには、最高点の低下が段差に等しければよい。

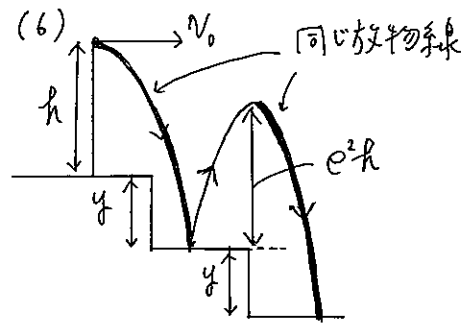
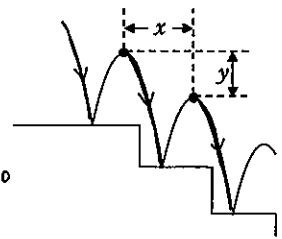
$h_1 + y = h$ ゆえに $y = h - h_1 = (1 - e^2)h$

(7) となりあう最高点間の水平距離に等しければよい。

$x = v_0(t_1 + t_2) = (1+e)v_0 t_1 = (1+e)v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \equiv x_0$

(8) 最高点からの落下距離は毎回同じ h であるから運動エネルギーは一定である。

$K_1 = K_2 = \dots K_{10} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$



$h = y + e^2h$

$\therefore y = (1 - e^2)h$

(or)

- エネルギー保存 $\frac{1}{2}m(ev_{1y})^2 + mgy = \frac{1}{2}mv_{2y}^2$
- 同じ現象がくり返されるので、 $v_{1y} = v_{2y} = \sqrt{2gh}$

$\therefore \frac{1}{2}e^2 \cdot 2gh + gy = \frac{1}{2}2gh$
 $\therefore y = (1 - e^2)h$

・衝突でエネルギーを失うはずなのに、なぜこの運動は終わらないのか?
 ⇒ 衝突で失った運動エネルギーを位置エネルギーによって補っているから。
 その補てん分が mgy 。

(7) $x = x_0$ 以外ではどうなる?
 ・ $x > x_0$ だとすると、どこかで2回衝突する。
 ・ $x < x_0$ だとすると、どこかで階段をよぼす。
 $x = x_0$ であれば、いつまでも続く。
 (同じ運動力か)

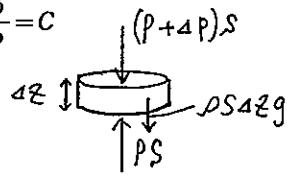
21 (ア) ボイルの法則

(イ) $p_0 V_0 = pV$ より $\frac{p_0 m}{\rho_0} = \frac{pm}{\rho}$ ゆえに $\frac{p_0}{\rho_0} = \frac{p}{\rho} = C$

(ウ) $(p + \Delta p) + \rho g \Delta z = p$ ゆえに $\Delta p = -\rho g \Delta z$

[参考] (ウ) より $-\frac{\Delta p}{p} = \frac{\rho}{p} g \Delta z$, $h=0$ で $p=p_0$

$\log\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{C} h$ ゆえに $h = -\frac{C}{g} \log\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{C}{g} \log\left(\frac{p_0}{p}\right)$



(エ) 式(3)より $p = p_0 e^{-\frac{g}{C} h}$

式(4)を代入して $\frac{1}{3} n m \bar{v}^2 = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}^2 e^{-\frac{g}{C} h}$ ゆえに $n = n_0 e^{-\frac{g}{C} h}$

(オ) 状態方程式 $pV = \frac{m}{M} RT$ (イ)より $\frac{p}{\rho} = C$, $\rho = \frac{m}{V}$,

ゆえに $\rho CV = Cm = \frac{m}{M} RT$ ゆえに $C = \frac{RT}{M}$

(カ) 単位を調べて

$[C] = \frac{[\text{J/mol} \cdot \text{K}] \times [\text{K}]}{[\text{g/mol}]} = \left[\frac{\text{J}}{\text{g}}\right]$ よって, 1g当たりのエネルギー。 Cの値
代入

(キ) 式(3)より $\log\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{C} h$ ゆえに $p = p_0 e^{-\frac{g}{C} h} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

(ク) $\frac{Mgh}{RT} = \frac{U}{kT}$ ゆえに $U = \frac{k}{R} Mgh = \frac{Mgh}{N_0} = mgh$

ゆえに, U は分子1個の地上を基準とした重力による位置エネルギー。

(ケ) $\bar{E} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3p}{2n} = \frac{3pV}{2N_0} = \frac{3RT}{2N_0} = \frac{3}{2} kT$ ← これは覚えておくべき。

(コ) $T=0$ で $v=0$ よって, 静止。

(イ) $\begin{cases} pV = n'RT \quad (n'[\text{mol}]) \dots \textcircled{a} \\ \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \times N_0 = \frac{3}{2} n'RT \dots \textcircled{b} \end{cases}$

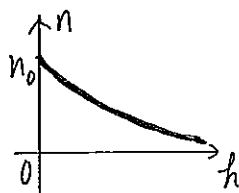
\textcircled{a} より, $\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \times N = n'RT = pV$
 $\therefore p = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 \times \frac{N}{V} = \frac{1}{3} n m \bar{v}^2$

$h = \frac{C}{g} \log\left(\frac{p_0}{p}\right) = \frac{C}{g} \log\left(\frac{\frac{1}{2} n_0 m \bar{v}^2}{\frac{1}{2} n m \bar{v}^2}\right)$

$\therefore h = \frac{C}{g} \log \frac{n_0}{n}$

$\therefore \log \frac{n_0}{n} = \frac{hg}{C}$

$\therefore n = n_0 e^{-\frac{g}{C} h}$



(ク) <84>

式(4)より, $m \bar{v}^2 = \frac{3p}{n} = 3p \frac{V}{N} = \frac{3n'RT}{n'N_A} = 3kT$

($\because n = \frac{N}{V}$)

$\therefore \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$

22 (1) (ア) $\frac{Q}{4\pi R^2} \equiv \rho$ とおく

(イ) 電荷 Q から出る電気力線の総本数は $4\pi k_0 Q$ [本] (または $\frac{Q}{\epsilon_0}$ [本]) で、これが

半径 r の球面を通過するから、単位面積あたりの通過本数は

$$\frac{4\pi k_0 Q}{4\pi r^2} = \frac{k_0 Q}{r^2} \text{ [本]} \quad \parallel \quad \text{電場の大きさ}$$

ゆえに電場の大きさは $\frac{k_0 Q}{r^2}$

(または $\frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$ [本] $\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$)

(ウ) 球殻の中心

(エ) S_1 に存在する電荷は $q_1 = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot s_1 \leftarrow \rho S_1$

ゆえに $E_1 = \frac{k_0 q_1}{r_1^2} = \frac{k_0 Q s_1}{4\pi R^2 r_1^2}$

(または $E_1 = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q s_1}{\epsilon_0 (4\pi R r_1)^2}$)

(オ) (エ) と同様にして

$E_2 = \frac{k_0 Q s_2}{4\pi R^2 r_2^2}$ (または $E_2 = \frac{Q s_2}{\epsilon_0 (4\pi R r_2)^2}$)

(カ) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_0 Q s_1}{4\pi R^2 r_1^2} \cdot \frac{4\pi R^2 r_2^2}{k_0 Q s_2} = \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} = 1$

(キ) 逆向き

(ク) 0

(ケ) 和

(コ) 0

(サ) 存在する

(ハ) $\left\{ \begin{array}{l} E'_1 = k_0 \frac{q_1}{r_1^3} \\ E'_2 = k_0 \frac{q_2}{r_2^3} \end{array} \right.$

この時、 $E'_1 = \frac{E_1}{r_1}, E'_2 = \frac{E_2}{r_2}$

よって、 $\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{E_1}{E_2} \times \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_2}{r_1}$

これより、 E'_1 と E'_2 は相殺しない!

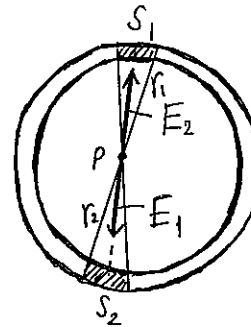
$\therefore E'_1 \neq E'_2$ ($r_1 \neq r_2$ のとき)

(2) 点電荷間にはたらく力の大きさが、例えば距離の3乗に反比例する場合、球殻に電荷を与えても内部の電場は0にならない。しかし、内部のつまった導体球では、電荷は電場から力を受け導体内部にも移動し、電場が存在しない分布になつてつりあうため。

(3) 実験の手順：導体球を球殻でつつみ、電荷を与える。この電荷を他へ逃げないように

にして球殻を2つに分割し、球殻部分にだけ電荷が残り、内部の導体球に電荷がないことを確かめる。

理由：導体球に電荷を与えたとき、球の表面にのみ電荷が分布するのは、点電荷間にはたらく力の大きさが距離の2乗に反比例するときだけであるから。



ここで、 $S_1 = \pi (r_1 \tan \theta)^2$

$S_2 = \pi (r_2 \tan \theta)^2$

ゆえ、 $E_1 = k_0 \frac{\rho S_1}{r_1^2} = k_0 \frac{\rho \pi r_1^2 \tan^2 \theta}{r_1^2}$

$= k_0 \rho \pi \tan^2 \theta$

$E_2 = k_0 \frac{\rho S_2}{r_2^2} = k_0 \rho \pi \tan^2 \theta$

$\therefore E_1 = E_2$, 向きは逆向き

$\therefore \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0}$

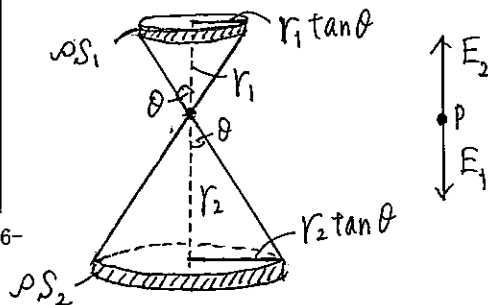
点Pの電場0。上のギョンは、球殻内部のどの点でも成立する。よって、球殻内部の電場は0。

本問はこのことを証明するところねえ。

$\left\{ \begin{array}{l} E_1 \dots S_1 \text{ にある電荷による電場} \\ E_2 \dots S_2 \text{ " } \end{array} \right.$

\downarrow
 $E_1 = E_2$ であることを説明しにい。

以下は、いくら(大分?)不正確だが、雰囲気はつかめるのではないだろうか。



(3) キャプションページの奥へ
→ 最終ページ参照。

23 (ア) 斥力

(イ) 大きく

(ウ) ボイルの法則より

$$p_0 \cdot \frac{4}{3} \pi R_0^3 = p_i \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{ゆえに} \quad p_i = \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 p_0$$

(エ) p_0 は単位面積当たりの力であるから、圧力として扱うことができる。

$$p_0 = p_i + p_0$$

(オ) $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

(カ) $Q = CV$ より $V = \frac{dQ}{\epsilon_0 S}$

(キ) 静電エネルギー U は $U = \frac{1}{2} QV = \frac{dQ^2}{2\epsilon_0 S}$

(ク) $d + \Delta d$ の場合の静電エネルギーを U' とすれば、極板間の距離を増加させるのに必要なエネルギー ΔU は

$$\Delta U = U' - U = \frac{(d + \Delta d)Q^2}{2\epsilon_0 S} - \frac{dQ^2}{2\epsilon_0 S} = \frac{\Delta d Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

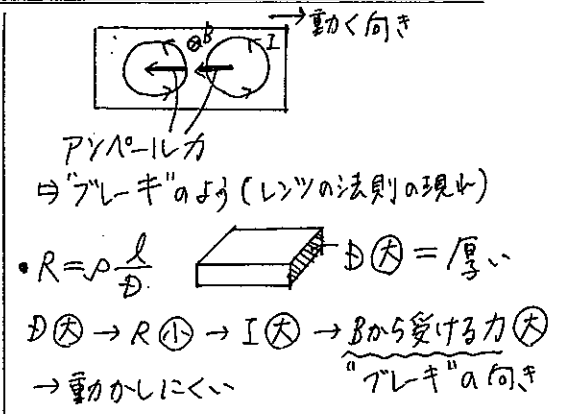
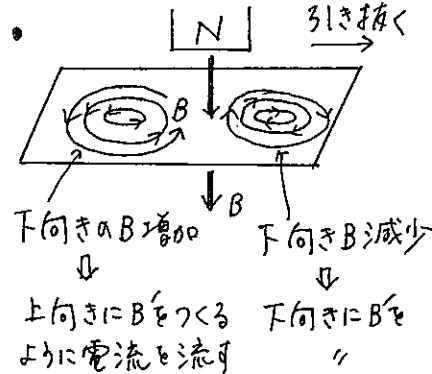
(ケ) 加える力の大きさを F とすると

$$F \Delta d = \frac{\Delta d Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad \text{ゆえに} \quad F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

$$\text{よって} \quad p_s = \frac{F}{S} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S^2}$$

(コ) $Q^2 = 2\epsilon_0 S^2 p_s = 2\epsilon_0 S^2 (p_0 - p_i) = 2\epsilon_0 S^2 p_0 \left[1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^3\right] = 32\pi^2 \epsilon_0 p_0 R (R^3 - R_0^3)$

24 (5) うず電流



24 (1) コイル内の磁束密度の平均を \bar{B} とすると $\bar{B} = \frac{Ax + A(x+a)}{2} = \frac{A}{2}(2x+a)$

よって、コイルを貫く磁束 $\Phi = a^2 \bar{B} = \frac{Aa^2}{2}(2x+a)$

(2) 位置 x と $x+a$ の辺に生じる誘導起電力の大きさを V' , V'' として

$$V' = B_x |v| a = Ax |v| a$$

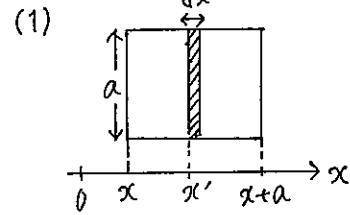
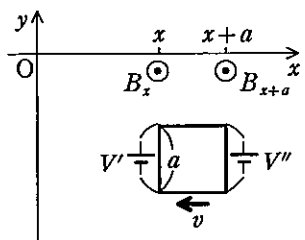
$$V'' = B_{x+a} |v| a = A(x+a) |v| a$$

誘導起電力の向きは各辺ともに $+y$ 向き。よって、コイルに生じる誘導起電力の大きさ V は

$$V = V'' - V' = Aa^2 |v|$$

$$\text{ゆえに} \quad I = \frac{V}{R} = \frac{Aa^2 |v|}{R} = -\frac{Aa^2 v}{R}$$

反時計まわり



$$\Phi = \int_x^{x+a} Ax' a dx' = Aa \left[\frac{1}{2} x'^2 \right]_x^{x+a}$$

$$= \frac{Aa}{2} \left\{ (x+a)^2 - x^2 \right\} = \frac{Aa^2}{2} (2x+a)$$

$$(2) V = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|_{\text{大き}} = \frac{Aa^2}{2} \cdot 2 \left| \frac{dx}{dt} \right| = Aa^2 |v| |v|$$

(3) 右図で位置 x と $x+a$ の辺が磁場から受ける力の大きさを F' , F'' とする。コイルが等速度 v で運動しているとき、糸の張力を T とすると

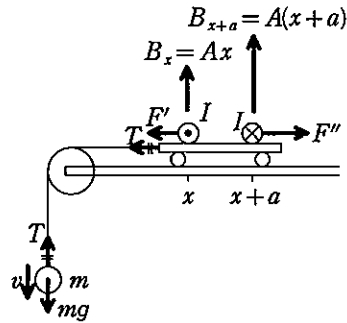
$$\left. \begin{aligned} T &= mg \\ F'' &= F' + T \end{aligned} \right\} \text{より } F'' = F' + mg$$

$$\text{ゆえに } mg = F'' - F' = A(x+a)Ia - AxIa = Aa^2I$$

よって (2) の I を代入して

$$mg = Aa^2 \times \left(-\frac{Aa^2v}{R} \right)$$

$$\text{ゆえに } v = -\frac{mgR}{A^2a^4}$$



(4) コイルに発生するジュール熱は、おもりにほたく重力のする仕事によって供給されている。重力の仕事率は $mg(-v) = \frac{(mg)^2R}{A^2a^4}$ ①

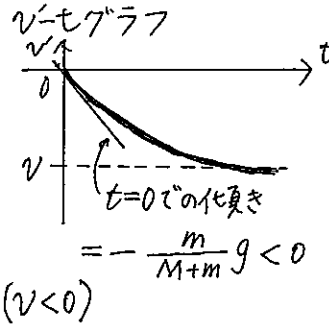
コイルで発生する1秒あたりのジュール熱は

$$I^2R = \left[\frac{Aa^2}{R} \cdot \frac{mgR}{A^2a^4} \right]^2 \cdot R = \frac{(mg)^2R}{A^2a^4} \dots\dots②$$

よって、①=②であるから、エネルギー保存則は成立している。

(5) 銅板は多くのコイルの集まりと考えられ、銅板を磁石から引きぬくときに、銅板内部に誘導電流が流れる。銅板が薄いほうが抵抗が大きいため、流れる誘導電流は小さく、したがって磁場から受ける力も小さくなる。よって薄い銅板の方が自由に動かしやすい。

図 このような、導体板に生じるうず状の誘導電流を、うず電流という。



(4) $t \rightarrow \infty$ で $\frac{dv'}{dt} \rightarrow 0$, $v' \rightarrow v < 0$
 この時、
 ① $\Rightarrow 0 = T - mg$
 ② $\Rightarrow 0 = -T + a^2IA$
 $\Rightarrow 0 = -mg + a^2IA \dots\dots③$
 また、ルビホッフの法則より、
 $a^2(-v)A = RI \dots\dots④$
 ③ $\times v - ④ \times I$ を計算し、
 $0 = -mgv + a^2IAv$
 $\Rightarrow a^2(-v)AI = RI^2 \dots\dots⑤$

$$0 = -mgv - RI^2$$

$$\therefore RI^2 = mg(-v) > 0$$

25 平行板コンデンサーの極板間の電場の強さ E は、 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ で表され、電位差 V は極板

間隔を d とすると、 $V = Ed$ となる。

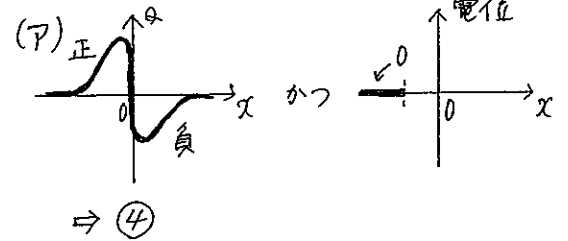
(1) ア 極板の電位は正電荷の方が高い。いま、正電荷のある方を電位 0 とするというから、求める図は ④

(イ) 極板間の電場の強さを E とすると

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

電位差を V とすると

$$V = Et = \frac{\sigma}{\epsilon_0} t$$



(ウ) 仕事関数 W は、金属表面の電位差 V の間で電子を電気力に逆らって運ぶとき

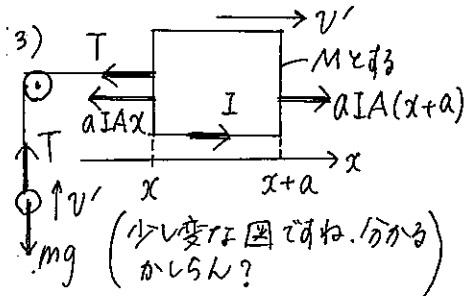
の仕事で求まるから $W = eV = e \frac{\sigma}{\epsilon_0} t$

(2) エ 求める波長を λ_0 [m] とすると、光子のエネルギーが仕事関数に等しいとき電子

は金属表面に出るから $h \frac{c}{\lambda_0} = W$

$$\text{よって } \lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{6.8 \times 10^{-19}} = 2.9 \times 10^{-7} \text{ (m)}$$

(オ) ① 光子のエネルギーが仕事関数より大きければよい。それには λ_0 より短い波長の光を照射すればよい。



① $\times v$ 足して、
 $(m+M) \frac{dv'}{dt} = -mg - \frac{A^2a^2}{R} v' < 0$
 $v' = 0$ のとき、 $\frac{dv'}{dt} = -\frac{m}{m+M} g < 0$
 $t \rightarrow \infty$ で $\frac{dv'}{dt} \rightarrow 0$
 $\therefore v' = -\frac{mgR}{A^2a^2} (=v) < 0$

おとし: $m \frac{dv'}{dt} = T - mg \dots\dots②$

① $\times I$: $M \frac{dv'}{dt} = -T + \{-aIAx + aIA(x+a)\} \dots\dots①$

(3カ) ③ 電極 A の表面付近の電位は、図 1 で、 $t=0$ 、電極内部の電位 0 の条件より負となる。電極 A, B の表面付近における内部と外部の電位差をそれぞれ V_A, V_B とすると

$$V_A = \frac{W_A}{e}, \quad V_B = \frac{W_B}{e}$$

$W_A > W_B$ の条件より、 $V_A > V_B$

電極間の真空部分には電場はないから電位は一定でグラフは x 軸に平行である。したがって、 $V_A > V_B$ より、電極 B 内部の電位は負となる。

(キ) ② 導線でつなぐと、電極 A と電極 B の内部の電位は等しくなる。電極 B の内部の電位が 0 まで上昇するためには、電子を放出する。

(ク) ③ 電極 A と電極 B の内部の電位は等しく 0 となり、 V_A, V_B は変化しないから、問題文の選択図 2 の ③ よりグラフは選択図 3 の ③ のグラフようになる。

(ケ) 電極 B から電子が流出するから、B は正に帯電する。求める電荷を Q とする。

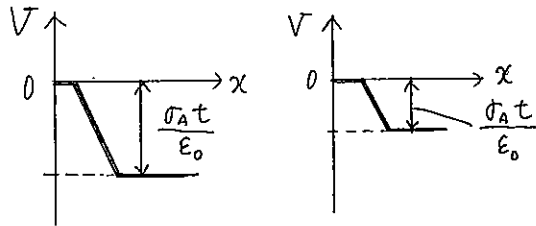
このコンデンサーの電気容量 C は $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

電極 A, B 間の電位差は $V_A - V_B$

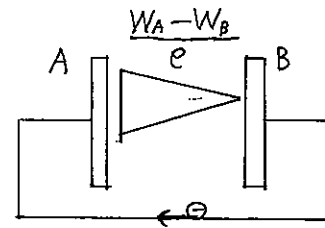
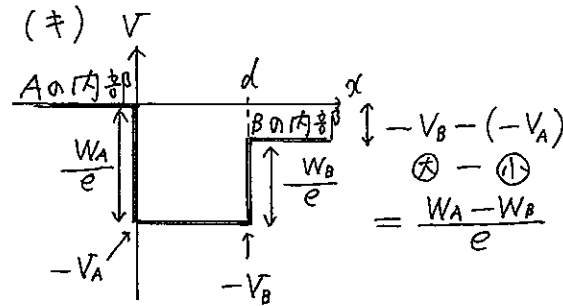
$$\begin{aligned} \text{よって } Q &= C(V_A - V_B) = \epsilon_0 \frac{S}{d} \left(\frac{W_A}{e} - \frac{W_B}{e} \right) \\ &= \frac{\epsilon_0 S}{ed} (W_A - W_B) \end{aligned}$$

$$(カ) \quad W_A = e \frac{\sigma_A t}{\epsilon_0} > W_B = e \frac{\sigma_B t}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \sigma_A > \sigma_B$$

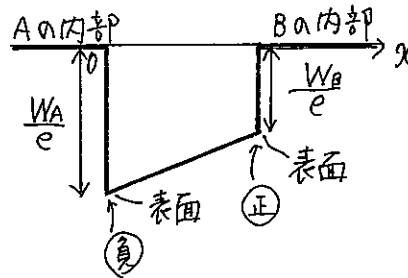


実際上 $t \neq 0$ と見なせるので、グラフは こんもり感じになる



⊖は電位の低い方から高い方へ移動する ⇒ ②

(ク) 金属内部の電位 = 0



クーロンの法則はどこまで正しいか

物理の理論は一般に、その理論の枠内では説明できない事実を「公理」として認め、それが正しいならどんなことが起こるか、というのを説明するものである。よく知られたニュートン力学の公理は「質量の加速度は与えられた力に比例する」という事実で、数式では $F = ma$ と書かれるが、ニュートン力学の範囲では「なぜ力と加速度が比例するか」は考えない。

本書で学ぶ「古典電磁気学」の公理は第1章で述べた「クーロンの法則」である。法則にその名を冠するクーロンは図1のような精密なねじり秤を使い、電荷間に働く力が距離の逆自乗に比例することを確かめた。しかし、現代の装置で再現された実験では、この測定法では精度が不十分で「逆自乗則」を確認するのは難しく、クーロンはどうやら自説に都合の悪いデータは棄却したのではないかと、ともいわれている。クーロンが電荷間に働く力を逆自乗則ではないかと推測した根拠は当時知られていた万有引力の法則である。「自然界はすべからず単純で美しい法則に従う」という信念が彼を(偶然?)歴史的な大発見に導いたのだろう^[3]。

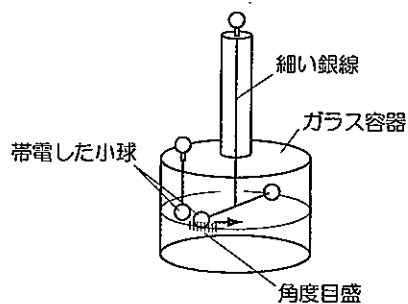


図1 クーロンが「クーロンの法則」を発見した実験装置

クーロンより先に、静電気が逆自乗則に従うことを精密に測った科学者がいた。それは万有引力定数の決定で歴史に名を残すキャベンディッシュ (Henry Cavendish) である。図2は彼の実験装置の概念図である。実験は以下の手順で行われた。装置は球状の内側導体を2分割できる球殻状の外側導体で囲み、それらを細い導線でつないだ構造をしている。最初、キャベンディッシュは、外側の導体に電荷を与えた。そして、導線を注意深く切り離した後、外側の球殻を取り去った。ここで、導体の静電平衡の定理は、電場の概念、そしてクーロンの法則と直接結びついた定理であることに注意しよう。静電平衡の定理が正しければ、電荷はすべて外側導体の表面に分布するはずだから、内側導体には電荷がないはずである。つまり、「帯電した導体の、表面以外のところに電荷が分布していなければクーロンの法則が成り立っている」ことを示すことになる。はたして、当時の測定精度の限界内で、内側導体には電荷が見い出されなかった。キャベンディッシュは、クーロンの法則の逆自乗則は2%以内の精度で正しい、と結論づけた。

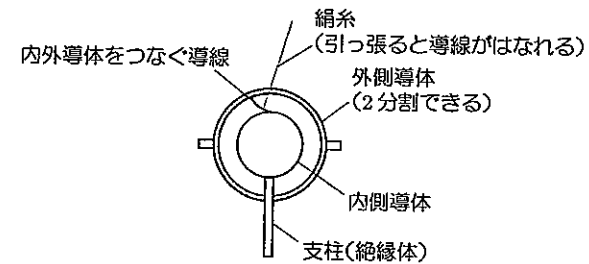


図2 キャベンディッシュが電荷間に働く力の逆自乗則を証明した実験装置

電荷間に働く力の法則が今日「キャベンディッシュの法則」とよばれないのは、彼が持ち前の内気さからこの結果を公表しなかったからで、この歴史的に重要な実験はおおよそ100年後、マクスウェルにより再発見された。マクスウェルがキャベンディッシュの業績を称えて興した「キャベンディッシュ研究所」は現代でも世界を代表する超一流の研究機関として知られている。マクスウェルは自身でもキャベンディッシュの実験を再現し、精度を 5×10^{-5} まで高めている。

その後、現代に至るまで、「逆自乗則」はどこまで正しいか、というのは基礎物理学の重要な研究テーマの一つである。装置の洗練度は時代の最先端を取り入れてどんどん上がっていったが、基本的にはキャベンディッシュと同様、同心球殻導体の内側に電荷が残るかどうか、で逆自乗則の成立性をみている。記念碑的研究といえるのがウィリアムス (E. R. Williams) らによって1971年に行われたもので、高周波の電圧と光ファイバーを介した測定で誤差要因を徹底的に排し、逆自乗則は $2.7 \pm 3.1 \times 10^{-16}$ 以下の精度で正しい、と結論づけた。