# 医学部専門予備校　クエスト　解答速報

## 埼玉医科大学（前期）　数学　　試験日1月31日（火）



$\boxed{1}$ 問1

$f(x) = ax^2 - px + b$ （$a, b, p$は自然数）

$$\begin{cases} f(3) = 11 \\ f(-3) = 35 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} 9a - 3p + b = 11 \\ 9a + 3p + b = 35 \end{cases}$$

したがって、$\underline{p = 4}$

このとき、$9a + b = 23 \Longleftrightarrow b = -9a + 23$

$a, b$は自然数より、

$(a, b) = (1, 14)\ (2, 5)$

(i) $(a, b) = (1, 14)$のとき、

$f(x) = x^2 - 4x + 14 = (x-2)^2 + 10$

$-1 \leqq x \leqq 2$における最小値は$f(2) = 10$

最大値は$f(-1) = 19$

(ii) $(a, b) = (2, 5)$のとき、

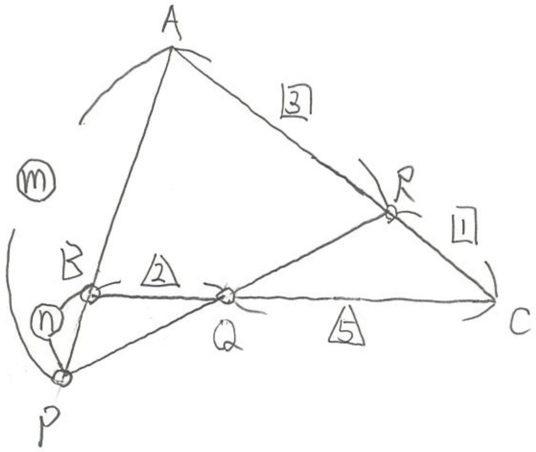
$f(x) = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$

$-1 \leqq x \leqq 2$における最小値は$f(1) = 3$

最大値は$f(-1) = 11$

以上より、$\underline{(a, b) = (2, 5)}$

問2




メネラウスの定理より、$\frac{1}{3}\times\frac{m}{n}\times\frac{2}{5}=1 \iff \frac{m}{n}=\frac{15}{2}$

同様に、

$\frac{2}{13}\times\frac{4}{1}\times\frac{QR}{PQ}=1 \iff \frac{QR}{PQ}=\frac{13}{8}$

したがって、$\frac{PR}{PQ}=\frac{21}{8}$

$\boxed{2}$ 問1

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left\{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right\} dx \quad \left(x+\frac{\pi}{4}=\pi-\theta \ \text{とおく}\right)$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \log\{\sin(\pi-\theta)\}\cdot(-1)\, d\theta = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin\theta)\, d\theta$$

$$= \underline{\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x)\, dx}$$

問2

$$\sin x+\cos x = \underline{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$$

問3

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left(\frac{\cos x}{\sin x}+1\right) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x}\right) dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left\{\frac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin x}\right\} dx$$

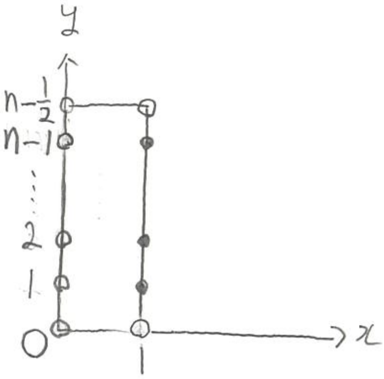
$$= \frac{1}{2}\log 2\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 1\, dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left\{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right\} dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x)\, dx$$

$$= \frac{\pi}{8}\log 2 + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x)\, dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x)\, dx$$

$$= \underline{\frac{\pi}{8}\log 2}$$

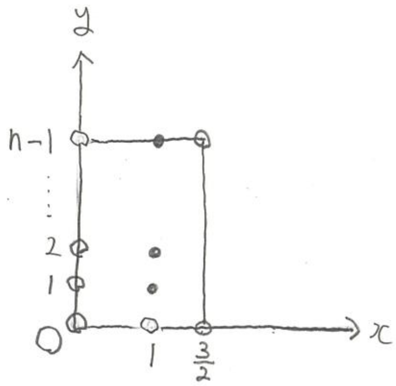
$\boxed{3}$ 問 1

$d=1$



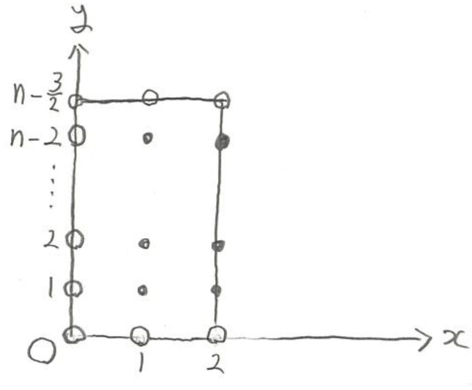
$m(1)=\underline{n-1}$

$d=\frac{3}{2}$



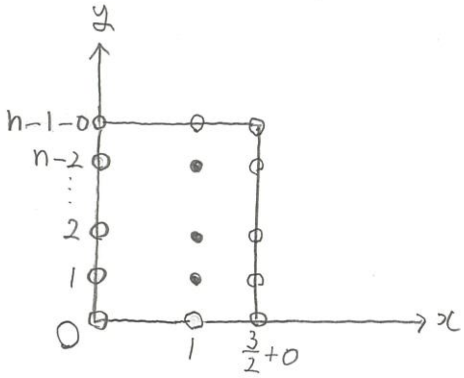
$m\left(\frac{3}{2}\right)=\underline{n-1}$

$d=2$



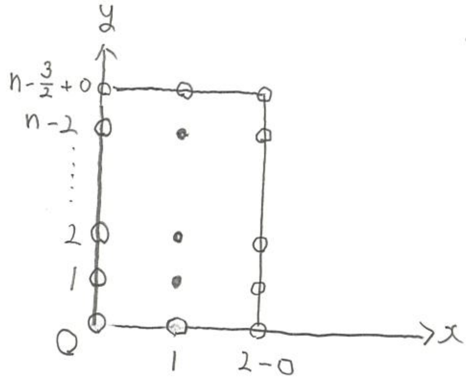
$m(2)=2(n-2)=\underline{2n-4}$

$d=\frac{3}{2}+0$



$\lim_{d\to\frac{3}{2}+0} m(d)=\underline{n-2}$

$d=2-0$



$\lim_{d\to 2-0} m(d)=\underline{n-2}$

※ ● → 格子点

○ → 格子点ではない点

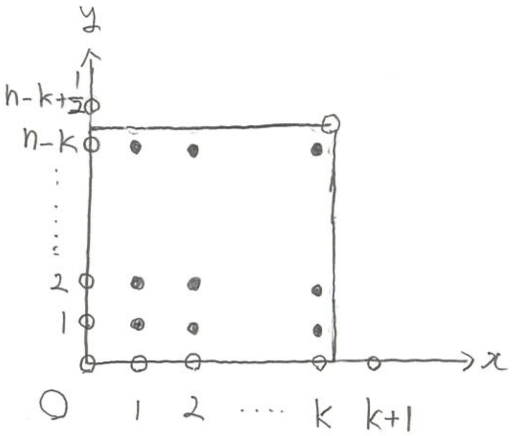
$\frac{3}{2}+0$ → $\frac{3}{2}$よりわずかに大きい数

$2-0$ → 2よりわずかに小さい数

として図を描いている.

# 問2

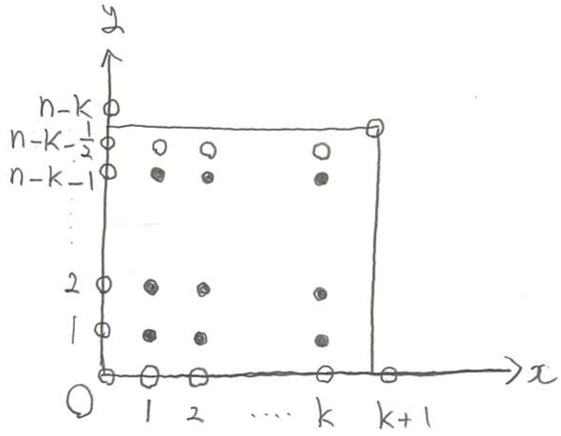
$k \leqq d \leqq k+\frac{1}{2}$




$m(d) = (n-k) \times k$

$= \underline{nk - k^2}$

$k+\frac{1}{2} < d < k+1$




$m(d) = (n-k-1) \times k$

$= \underline{nk - k^2 - k}$

# 問3

$n=17$ のとき、$k=1, 2, 3, \cdots, 16$

$$m(d) = \begin{cases} -k^2+17k = -\left(k-\frac{17}{2}\right)^2 + \frac{289}{4} & \left(k \leqq d \leqq k+\frac{1}{2}\right) \\ -k^2+16k = -(k-8)^2 + 64 & \left(k+\frac{1}{2} < d < k+1\right) \end{cases}$$

どちらも $k=8$ のとき最大となり、

$$m(d) = \begin{cases} 72 & \left(8 \leqq d \leqq 8+\frac{1}{2}\right) \\ 64 & \left(8+\frac{1}{2} < d < 9\right) \end{cases}$$

以上より、$m(d)$ の最大値は $\underline{72}$ である。

4　問1

4枚のコインを同時に投げ，表が出るコインの枚数が2以上になる確率は，

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{6+4+1}{16}=\frac{11}{16}$$

したがって，求めるべき確率は $\underline{\left(\frac{11}{16}\right)^4}$

問2

4枚のコインを同時に投げ，表が出るコインの枚数が3以上になる確率は，

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{4+1}{16}=\frac{5}{16}$$

したがって，求めるべき確率は，

$$\left(\frac{11}{16}\right)^4-\left(\frac{5}{16}\right)^4=\left(\frac{121}{256}+\frac{25}{256}\right)\left(\frac{121}{256}-\frac{25}{256}\right)=\frac{146\times 96}{256\times 256}$$

$$=\frac{73\times 3}{128\times 8}=\underline{\frac{219}{1024}}$$

問 3

4枚のコインを同時に投げ、表が出るコインの枚数が
2または3になる確率は、

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{6+4}{16}=\frac{5}{8}$$

4枚のコインを同時に投げ、表が出るコインの枚数が
2になる確率と3に確率はそれぞれ、

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}=\frac{3}{8},\quad {}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

4回の中で表が出るコインの枚数の最小値が2かつ最大値が3である
確率は、$\left(\frac{5}{8}\right)^4-\left(\frac{3}{8}\right)^4-\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{625-81-16}{4096}=\frac{528}{4096}$

4回の中で表が出るコインの枚数の最小値が2かつ最大値が2である
確率は、$\left(\frac{3}{8}\right)^4=\frac{81}{4096}$

以上より、求めるべき確率は、

$$\frac{219}{1024}-\frac{528}{4096}-\frac{81}{4096}=\frac{876-528-81}{4096}=\frac{267}{4096}$$