医学部専門予備校　クエスト　解答速報

日本大学（医）一次　数学　　試験日 2 月 1 日（水）

I. (1) $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{1,4,7,9\}$

$\overline{\overline{A}\cup B}=A\cap\overline{B}=\{5,8\}$

より $B=\{2,3,6\}$

Bの最大の数は 6 …(答)

(2) $(|x|-3)(|x|+2)=0$ より

$|x|=3$ $\therefore x=-3,3$ …(答)

(3) $2x+11y=5$ の1組の解として $(x,y)=(-3,1)$

がとれるから変形して $2(x+3)=-11(y-1)$

よって整数解は k を整数として

$x=-3+11k,\ y=1-2k$

$100<x+y<500$ より $100<-2+9k<500$

k は整数だから $12\leqq k\leqq 55$

求める組は $55-11=44$ …(答)

(4) 傾きを m とおくと、接線は $y=m(x-3)+1$ とおけ

$\dfrac{|-3m+1|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{5}$ これを解いて $m=-\dfrac{1}{2},2$

$m>0$ より $y=2x-5$ …(答)

(5) $2=10^{\frac{1}{x}},\ 4=10^{\frac{1}{y}},\ 5=10^{\frac{1}{z}}$ より

$10^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}}=\dfrac{2}{4\cdot5}=10^{-1}$ $\therefore \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{z}=-1$ …(答)

Ⅱ. (1) $z=x+yi$ (x, y は実数) とおくと.

条件は $x=-2$ かつ $(x+6)^2+y^2=28$

よって $y=\pm 2\sqrt{3}$ より

$z=-2\pm 2\sqrt{3}\,i$ …(答)

(2) (1) より $z=4\left(\cos\left(\pm\frac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\frac{2}{3}\pi\right)\right)$

だから $z^n=4^n\left(\cos\left(\pm\frac{2n}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\frac{2n}{3}\pi\right)\right)$

これが実数となる最小の自然数 n は $\sin\left(\pm\frac{2n}{3}\pi\right)=0$

のときだから $n=3$ …(答)

このとき $z^n=4^3=64$ …(答)

Ⅲ (1) Aから赤2個取り出す確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}=\frac{3}{56}$$

Bから赤2個取り出す確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_4C_2}{{}_9C_2}=\frac{1}{12}$$

よって

$$\frac{3}{56}+\frac{1}{12}=\frac{23}{168}\quad\cdots(\text{答})$$

(2) (1) より

$$\frac{\frac{3}{56}}{\frac{23}{168}}=\frac{9}{23}\quad\cdots(\text{答})$$

Ⅳ (1) $\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ であり　k を実数として

$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OF}$　とおけ

$$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OA}+2k\overrightarrow{OH}+k\overrightarrow{OD}$$

P は平面 ADH 上の点だから

$$k+2k+k=1 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$$

すなわち　$\dfrac{OP}{OF}=\dfrac{1}{4}$ …（答）

(2) HI // AJ より J は EF を 1:3 に内分する点だから

$$S_1=S_2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4} \qquad \therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{8} \text{ …（答）}$$

(3) l と実数として $\overrightarrow{OQ}=l\overrightarrow{OF}=l\overrightarrow{OA}+l\overrightarrow{OC}+l\overrightarrow{OD}$ とおけ.

また Q は平面 AHI 上の点だから $s+t+u=1$ をみたす

実数 s, t, u を用いて

$$\overrightarrow{OQ}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OH}+u\overrightarrow{OI}$$

$$=s\overrightarrow{OA}+\left(\frac{1}{2}t+\frac{3}{4}u\right)\overrightarrow{OC}+u\overrightarrow{OD}$$

$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ は 1 次独立だから

$$l=s,\ l=\frac{1}{2}t+\frac{3}{4}u,\ l=u$$

すなわち　$s=u=l,\ t=\dfrac{l}{2}$

$s+t+u=1$ より　$l=\dfrac{2}{5}$

よって　$\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=\dfrac{3}{20}\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{QF}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{OF}$

$OP:PQ:QF=5:3:12$ …（答）

V (1) $a_n = \tan^n\left(-\frac{\pi}{24}\right)$

$\left|\tan\left(-\frac{\pi}{24}\right)\right| < 1$ より

$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ …(答)

(2) $\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{4}$ のとき $\tan\frac{\theta}{2} = 1$ より

$\lim_{n\to\infty} a_n = 1$ …(答)

で収束するが $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は公比1の無限等比

級数となり，収束しない．

よって $\theta = \frac{\pi}{2}$ …(答)

(3) $\theta = \frac{\pi}{3}$ のとき

$a_n = \tan^n\frac{\pi}{6} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$

$\left|\frac{1}{\sqrt{3}}\right| < 1$ より $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ …(答)

$\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき．

$\tan^2\frac{\pi}{12} = \frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{1+\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})^2$

$\tan\frac{\pi}{12} > 0$ より $\tan\frac{\pi}{12} = 2-\sqrt{3}$，$|2-\sqrt{3}| < 1$ より

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{2-\sqrt{3}}{1-(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ …(答)

<講評>

I. (1) 基本

ベン図を考えればよい。

(2) 基本

$x^2=|x|^2$ より普通の2次方程式

(3) 基本

不定方程式。1組の解を見つける。

(4) 基本

円の接線。点と直線の距離の公式を使えばよい。

(5) 基本

指数と対数

II. (1) 基本

$z=x+yi$ とおけばよい。

(2) 基本

ド・モアブルの定理

III (1) 基本

(2) 基本

条件つき確率

IV (1) 標準

共面条件

(2) 標準

Jの位置を図形的にとらえる。

(3) 標準

共面条件

V (1) 基本

(2) 基本

公比=1に着目できればよい

(3) 基本

$\tan\frac{\pi}{12}$ を求めうれればよい。

全体的に易しめの問題で90%以上の得点が必要と思われる。