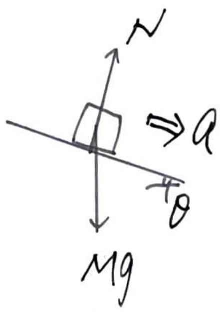
医学部専門予備校　クエスト　解答速報

東京慈恵会医科大学　物理　　試験日 2 月 9 日（木）

1. I.

問1.



運動方程式（以下、EOMと略記）より、

$$Ma = Mg\sin\theta$$

$$\therefore a = g\sin\theta$$

また、$10 = \frac{1}{2}a \times 2^2$ より、

$$a = 5.0\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{a}{g} = \frac{5.0}{9.8}$$

$$\approx 0.51$$

問2.

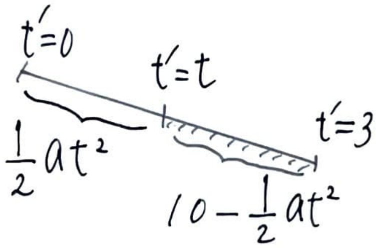
エネルギー保存則より、

$$Mg \times 10\sin\theta + W_{非保存力} = 0$$

$$\therefore W_{非保存力} = -Mg \times \frac{a}{g}\ (\because 問1)$$

$$= -50M\ [\mathrm{J}]$$

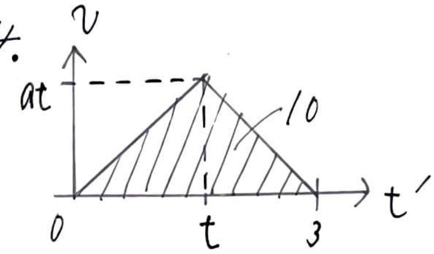
問3.



$$W_{非保存力} = -R\left(10 - \frac{1}{2}at^2\right) = -50M$$

$$\therefore R = \frac{20M}{4-t^2}\ [\mathrm{N}]$$

問4.



$$10 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot at$$

$$\therefore t = \frac{20}{3\times 5}$$

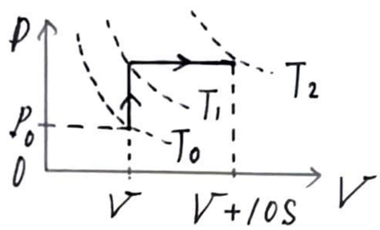
$$\approx 1.3\ \mathrm{s}$$

Ⅱ.

問5.

㋐ 0 ～ 1800秒 : V 一定

㋑ 1800 ～ 2600秒 : P 一定



㋐のとき

$$Q_1 = 50 \times 1800 = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_0) = \frac{3}{2}\Delta P \cdot V$$

㋑のとき

$$Q_2 = 50 \times 800 = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1)$$

ここで、P 一定のとき

$$Q = \Delta U + W$$

$$\Leftrightarrow nC_p\Delta T = nC_v\Delta T + nR\Delta T$$

$$C_p : C_v : R$$

となるので、

$$W_2 = Q_2 \times \frac{R}{C_p}$$

いま、$C_p = \frac{5}{2}R$ ゆえ、

$$W_2 = Q_2 \times \frac{2}{5}$$

$$= 50 \times 800 \times \frac{2}{5}$$

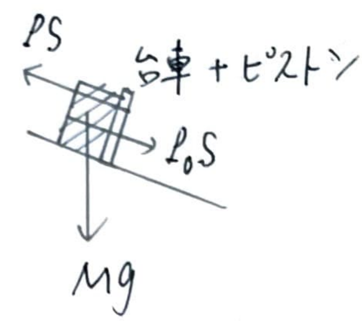
$$= 16000\ \mathrm{J}$$

よって、求める値 $\frac{W_2}{Q_1 + Q_2} \times 100$ は以下。

$$\frac{16000}{50 \times 1800 + 50 \times 800} \times 100$$

$$\approx 1.2 \times 10\ \%$$

問6.



EOMより、

$$0 = PS - P_0S - Mg\sin\theta$$

また、$W_2 = PS \times 10 = 16000\ \mathrm{J}$

$$\therefore PS = 1600\ \mathrm{N}$$

ゆえに、

$$Mg\sin\theta = PS - P_0S$$

$$= 1600 - 10^5 \times 10^{-2}$$

$$= 600\ \mathrm{N}$$

$$\therefore M = \frac{600}{g\sin\theta}$$

$$= \frac{600}{5} \quad (g\sin\theta = a)$$

$$= 1.2 \times 10^2\ \mathrm{kg}$$

問7.

$$Q_1 = \frac{3}{2}\Delta p . V$$

$$\therefore V = \frac{2Q_1}{3\Delta p}$$

$$= \frac{2Q_1 S}{3(P-P_0)S}$$

$$= \frac{2\times 50 \times 1800 \times 10^{-2}}{3(1600-1000)}$$

$$= 1.0\ \mathrm{m}^2$$

1. は普通の内容であった。力学と熱力学の「融合問題」と言えなくもないが、I とIIで「独立している」とも見なせよう。

1. はほぼ完答すべき内容・レベルである(本問の正答率が7割以下の人は、力学・熱力学の基本ができていないと考えられよう)。

問8. 2原子分子になったゆえ、Q_1, Q_2 は以下のようになる(各々 Q_1', Q_2' とする).

$$\begin{cases} Q_1' = \frac{5}{2}nR(T_1 - T_0) = \frac{5}{3}Q_1 \\ Q_2' = \frac{7}{2}nR(T_2 - T_0) = \frac{7}{5}Q_2 \end{cases}$$

$$\therefore T_1' = 1800 \times \frac{5}{3}$$

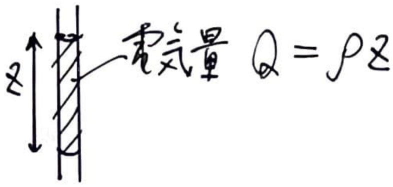
$$= 3.0 \times 10^3\ \mathrm{s}$$

$$T_2' = 800 \times \frac{7}{5}$$

$$\approx 1.1 \times 10^3\ \mathrm{s}$$

2. I.

問1.



長さ z の電気量 Q は ρz である。

ゆえに、$I=\dfrac{dQ}{dt}=\rho\dfrac{dz}{dt}$

$$=\rho v$$

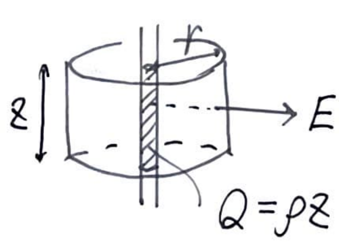
よって、

$$B(0,r,0)=\frac{\mu_0\rho v}{2\pi r}$$

$$=\frac{\rho v}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}\quad\left(\because \mu_0=\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\right)$$

向きは $-x$ 向き

問2.



ガウスの法則より、

$$E\cdot 2\pi r z=\frac{\rho z}{\varepsilon_0}$$

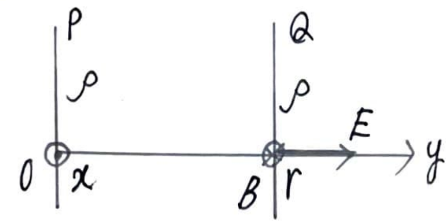
$$\therefore E=\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

大きさは向きによらないので、

$$E(0,r,0)=\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

向きは $+y$ 向き

問3.



$$|\vec{F_1}|=\rho E(0,r,0)$$

$$=\rho\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

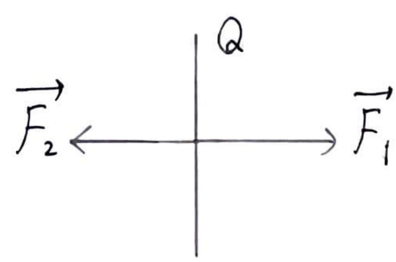
向きは $+y$ 向き

問4.

$$|\vec{F_2}|=\rho v B(0,r,0)$$

$$=\rho v\frac{\rho v}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

向きは $-y$ 向き



問5.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\rho^2}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\rho^2 v^2}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

$$\therefore \underline{v = c}$$

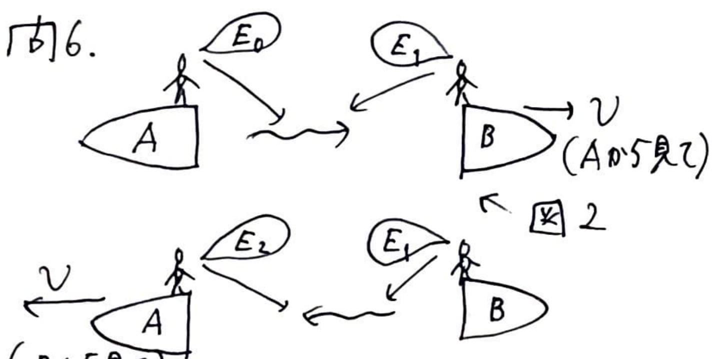
（実際はつねに $v < c$. ゆえに、

$$\frac{v}{c} < 1$$

$$\therefore |\vec{F_1}| > |\vec{F_2}|$$ ）

II.

問6.



同型性より、

$$\underline{E_0} : \underline{E_1} = \underline{E_1} : \underline{E_2}$$

相対的にvで遠ざかっている方

$$\Leftrightarrow E_1^2 = E_0 E_2$$

E_0^2で辺々わって、

$$\underline{\frac{E_2}{E_0} = \left(\frac{E_1}{E_0}\right)^2}$$

問7. 振動数を求めればよい.

$$\underline{f_1 = \frac{c-v}{c} f}$$

問8. 問7と同様に考える.

$$f_2 = \frac{c}{c+v} f_1$$

$$= \underline{\frac{c-v}{c+v} f}$$

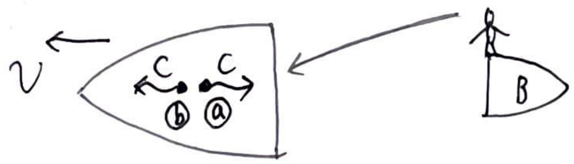
問9. 光子のエネルギーは hf (h:プランク定数)と表せるゆえ、問6も考慮すると、

$$\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{\frac{E_2}{E_0}} \quad \cdots (*)$$

$$= \sqrt{\frac{hf_2}{hf}}$$

$$= \underline{\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}} \quad (\because 問8.)$$

問10.



光子ⓐに関しては、図2と同じ.

ゆえに、問9.の答えをそのまま用いて、

$$\frac{E_1}{E_0}=\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

ただし、$E_0 \to \frac{E}{2}$，$E_1 \to E_{ⓐ}$ とでもすべきである.

$$\therefore \frac{E_{ⓐ}}{E/2}=\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

光子ⓑに関しては、光子ⓐと逆向きに進んでいるゆえ、$c \to -c$として、

$$\frac{E_{ⓑ}}{E/2}=\sqrt{\frac{-c-v}{-c+v}}$$

$$=\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

（Aから見ると光子ⓐ,ⓑともに$\frac{E}{2}$のエネルギーを持っているのに、Bから見ると、ⓐとⓑのエネルギーは異なっている. 大変面白い結果.）

以上から、

$$E_{ⓐ}+E_{ⓑ}=\frac{E}{2}\left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}+\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\right)$$

↓もう少し整えるなら…

$$(\ )の中=\frac{\sqrt{c^2-v^2}}{c+v}+\frac{\sqrt{c^2-v^2}}{c-v}$$

$$=\frac{2c\sqrt{c^2-v^2}}{c^2-v^2}$$

$$=\frac{2c}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

（おなじみの(?)形になった）

ゆえに、

$$E_{ⓐ}+E_{ⓑ}=\frac{E}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

問11. 問10.より、

$$E_{ⓐ}+E_{ⓑ}=E\left\{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right\}^{-1/2}$$

$$\approx E\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right\}$$

$$=E+\frac{E}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2}$$

いま、第2項を$\frac{1}{2}Mv^2$と見なして、

$$\frac{Ev^2}{2c^2}=\frac{1}{2}Mv^2$$

$$\therefore E=Mc^2$$

解答のあとで

問9において、$\frac{E_1}{E_0}$ を直接求めた人がいたのではないだろうか。計算してみよう。

$$\begin{cases} E_1 = hf_1 = h\frac{c-v}{c}f \\ E_0 = hf \end{cases}$$

ゆえ、$\frac{E_1}{E_0} = \frac{c-v}{c}$

これは問9の答え：$\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$ と明らかに違うように見える。しかし、$\frac{E_1}{E_0}$ の値なのだから等しいのだろう。

$$\therefore \frac{c-v}{c} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

$$\therefore \frac{(c-v)^2}{c^2} = \frac{c-v}{c+v}$$

$$\therefore v = 0$$

つまり、ドップラー効果なし。

本問は実は$v=0$の設定だったのだろうか？そんなことはないだろう。

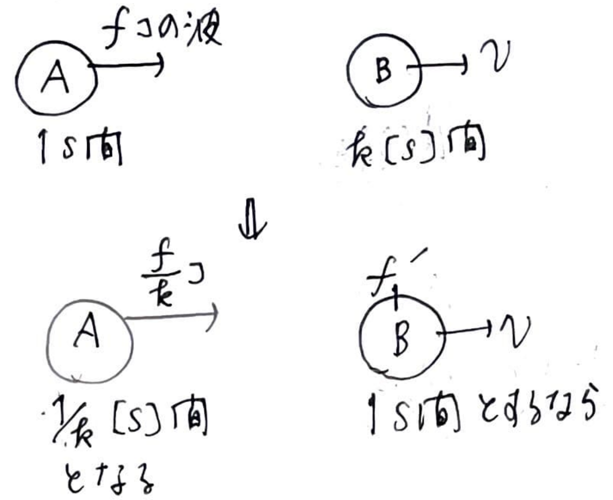
何かを見落としているのだろう。

次のように考えるのはどうだろうか？つまり、

「Aから見ると、A上で1秒経過する間に、Aに対し動いているB上ではk[s]経過している」。

こう考えるなら、A上で1秒間に発せられた光の数（波の数）はf個であるが、その間にk[s]間経っているBにとっての波の数は

$\frac{f}{k}$個 のはずである。



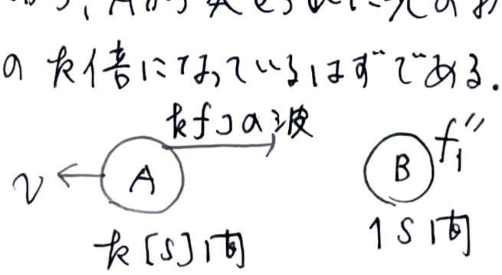
ゆえに、

$$f_1' = \frac{c-v}{c}\cdot\frac{f}{k} \quad (\neq f_1)$$

以上のことはB主体でも言えるだろう。つまり、

「Bから見ると、B上で1秒間経過する間に、Bに対し動いているA上ではk[s]経過していると。（AとBは相対運動している。）

こう考えるなら、B上で1秒間経過している間にA上ではk[s]間経過しているのだから、Aから発せられた光の振動数はfのk倍になっているはずである。



$$f_1'' = \frac{c}{c+v}kf$$

以上は同じ現象をA, Bそれぞれの立場で考えたものである。同じ現象を見ているのだから f_1' と f_1'' は等しいと考えられる。
つまり、

$$\frac{c-v}{c}\frac{f}{k}=\frac{c}{c+v}kf$$

$$\Leftrightarrow\quad k^2c^2=c^2-v^2$$

$$\therefore\ k=\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}<1$$

(AとBとでは経過する時間が異なっている。
大変面白い結果。)

これより、

$$E_1'=hf_1'\ (=hf_1'')$$

$$=h\frac{c-v}{c}\frac{f}{k}$$

$$\therefore\ \frac{E_1'}{E_0}=\frac{h\frac{c-v}{c}\frac{f}{k}}{hf}$$

$$=\frac{c-v}{c}\sqrt{\frac{c^2}{c^2-v^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

これは問9と同じ結果。

つまり、$\frac{E_1}{E_0}$ を直接計算するためにはAとBの時間経過の違い(相対論的効果)を考慮しなければならなかったのである。だから、問題文は「問6と問8の結果から」という限定をつけていたのである。
(ところで、$\frac{E_2}{E_0}$ の計算では、以上のようなことを全く考えなかった。なぜ?)

なお、$\frac{1}{k}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ は「ローレンツ因子」と呼ばれている。

---

2. I. は完答したい(この内容はそれほど難しくないはず)。
II. は問7と8のみで終わった人が多数いただろうと想像する。問6は単純なものであるが「見たことない内容」で手が止まったかも知れない。昨年度以前とは打って変わって「物理学」の内容であった。物理が苦手な人、原理から勉強してこなかった人には大変厳しい内容・レベルであった。