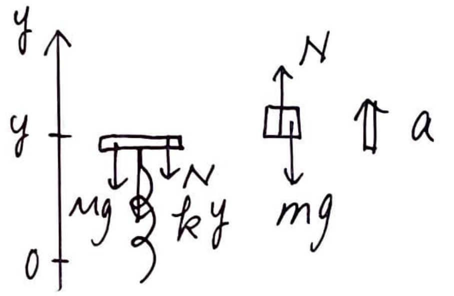
医学部専門予備校　クエスト　解答速報

埼玉医科大学（後期）　物理　　試験日 3月4日（土）

ミライを拓く 武器を君に

$\boxed{1}$

問1



運動方程式（以下、EOMと略記）より、

$$\begin{cases} 板:\ Ma = -ky - Mg - N \\ 小:\ ma = -mg + N \end{cases}$$

2式から、$a = -g - \dfrac{ky}{M+m}$

$\boxed{1}$ ⑤

$$N = m(a+g) = -\frac{m}{M+m}ky$$

$\boxed{2}$ ⑦

問2　$a=0$として、

$$y = -(M+m)\frac{g}{k}$$

$\boxed{3}$ ③

問3　加速度が変化したのは2物体が離れたためである。ゆえに、$N=0$として、

$$y_1 = 0$$

$\boxed{4}$ ⑨

エネルギー保存則（以下、エ保と略記）より、

$$\frac{1}{2}ky_0^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_1^2 + (M+m)g|y_0|$$

$$\therefore v_1 = \sqrt{\frac{ky_0^2}{m+M} - 2g|y_0|} = \sqrt{\frac{ky_0^2}{m+M} + 2gy_0} \quad (\because y_0 < 0)$$

$\boxed{5}$ ④

問4　2物体が離れるためには、2物体が$y=0$より上方へ行ければよい。これは、「$y=0$で速さv_1が存在すればよい」と言い直せる。ゆえに、$\boxed{5}$より、

$$\frac{ky_0^2}{m+M} + 2gy_0 > 0$$

であればよい。$y_0 < 0$であることに注意して、

$$\frac{ky_0}{M+m}+2g<0$$

$$\therefore\ y_0 < -2(M+m)\frac{g}{k}$$

$\boxed{6}$ ⑦

問5　グラフより, $t=t_2$ のとき, 加速度 $=0$.

ゆえに, EOMは以下のようになる.

$$0=-ky_2-Mg$$

$$\therefore\ y_2=-M\frac{g}{k}$$

$\boxed{7}$ ④

（言うまでもないだろうが, y_2 は板の単振動の振動中心である.）

・ここで 図4のグラフについて,

$t=t_1$ の前後で傾きが変化している.

それを確かめてみよう.

2物体が離れるまでの加速度 a は

$\boxed{1}$ で求めたように,

$$a=-\frac{k}{M+m}y-g$$

である.

2物体が離れた直後の板の加速度

a' は, $Ma'=-ky-Mg$ より,

$$a'=-\frac{k}{M}y-g$$

である.

ここで, 図4のグラフの傾きを考えてみる.

つまり, $\dot{a}$ の加速度を求めてみる.

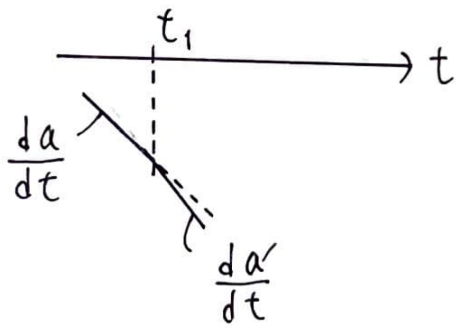
$$\begin{cases}\dfrac{da}{dt}=-\dfrac{k}{M+m}\dfrac{dy}{dt}\\[2ex]\dfrac{da'}{dt}=-\dfrac{k}{M}\dfrac{dy}{dt}\end{cases}$$

$t=t_1$ の直前・直後では $\frac{dy}{dt}=v_1$ と考えられるので,

$$\begin{cases}\dfrac{da}{dt}=-\dfrac{k}{M+m}v_1\\[2ex]\dfrac{da'}{dt}=-\dfrac{k}{M}v_1\end{cases}$$

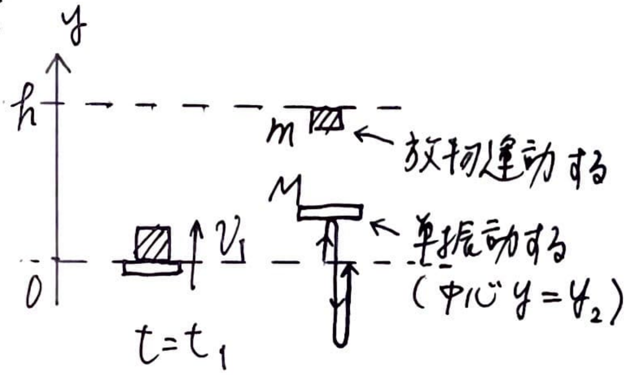
となり, $\left|\frac{da}{dt}\right|<\left|\frac{da'}{dt}\right|$ だと分かる.

つまり, グラフの傾きは



となることが理解される. ∎

問6



エ・保より、

小：$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$ …㋐

また、$t=t_1$ で板がもっている力学的エネルギーは $\frac{1}{2}Mv_1^2$ …㋑

㋐, ㋑から $\frac{1}{2}v_1^2$ を消去して、

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 = Mgh$$

$\boxed{8}$ ②

典型問題である。$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ はやや解きにくいので、$\boxed{1}$ を落とすと合格点は難しいだろう。内容やレベルから考慮しても、$\boxed{1}$ は完答すべきである。

$\boxed{3}$

埼玉医科らしい、骨のある内容であった。多くの受験生は問3あたりで手が止まったのではないだろうか。問5が解けた人は、相互誘導や交流回路の勉強を深くやってきたと思われる。お見事である。

$\boxed{1}$〜$\boxed{3}$ の「これは解きたい」と思う番号を書いておく。

$\boxed{1}$ 全て

$\boxed{2}$ $\boxed{9}$ 〜 $\boxed{15}$

$\boxed{3}$ $\boxed{17}$ 〜 $\boxed{23}$

（$\boxed{2}$ の類題：2016 愛知医科大学）

前期は歯ごたえのない内容や問いであったが、後期はいつもの埼玉医らしい解きがいのある問題が多かった。45分ゆえ全問解くのはまず無理だろうが、「物理強者」は80%程度は得点できたのではなかろうか。物理を正しく学んできた受験生を選抜するにふさわしい内容だったと思われる。

P.7にも書いたが改めて、受験生は自分の妄想や勝手な連想を捨てて（捨てられるまで）物理に取り組んでほしい。大切なのは、その教科が差し出してくれる世界の見方を素直に受け取ってみることだと思う。

$\boxed{2}$

問1 $t_1 = \dfrac{2L}{c}$

$\boxed{ア}$

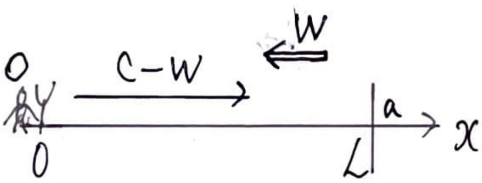
波の基本式より、$c = f\lambda_1$

$\therefore \lambda_1 = \dfrac{c}{f}$

$\boxed{イ}$

$\boxed{9}$ ④

問2



$t_2 = \dfrac{L}{c-W}$

$\boxed{ウ}$

スピーカーとaは相対的に静止している。
よって、振動数はaでもOでも同じであり
fである(ドップラー効果は生じていないことに注意)。

波の基本式より、$c+W = f\lambda_2$

$\therefore \lambda_2 = \dfrac{c+W}{f}$

$\boxed{エ}$

$\boxed{10}$ ⑦

問3

$\xrightarrow{c-W}$

$\xleftarrow[c+W]{}$

$$t_a = \frac{L}{c-W} + \frac{L}{c+W}$$

$$= \frac{2cL}{c^2-W^2}$$

$\boxed{11}$ ⑧

問4 音波は速さ $\overline{V}$ で距離 $2L$ を時間 t_a で進んだと考えられるので、

$$\overline{V} \cdot t_a = 2L$$

$$\therefore \overline{V} = \frac{2L}{t_a}$$

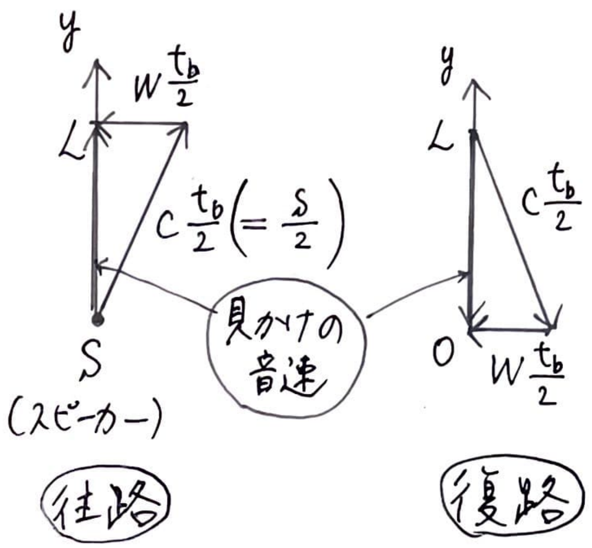
$$= \frac{c^2-W^2}{c}$$

$\boxed{12}$ ⑧

$\left(\overline{V} = \dfrac{(c-W)+(c+W)}{2} \right.$ としては
ダメなのは何故？↑こう考える際
の前提は何？)

問5　〔3〕のリード文、および図2の考え方が難しい(大学側はわざと難しくしようとしたのではなく、むしろ考え易くしようとして説明しているのだろうが)。相対運動を考えるのは物理お得意(or お特異)の「手」であるが、今回はその考え方は難しいのではなかろうか。であれば、「大気を基準」になどせず、地面から考えるのがよいだろう。もちろん、リード文の説明で分かった人は、誘導にのっかればよい。

音波は「広がりつつ流されている」ことを考慮して考えていく。



求めたいのは $c\frac{t_b}{2}\times 2\ (=S)$ である。

三平方の定理より、

$$c\frac{t_b}{2}=\sqrt{L^2+\left(w\frac{t_b}{2}\right)^2}\quad\cdots ㋐$$

$$\therefore S=c\frac{t_b}{2}\times 2$$

$$=\sqrt{4L^2+(wt_b)^2}$$

$\boxed{13}$　③

問6　㋐より、

$$(ct_b)^2=4L^2+(wt_b)^2$$

$$\therefore t_b=\frac{2L}{\sqrt{c^2-w^2}}$$

← 見かけの音速 (c' とする)

$\boxed{14}$　⑦

(今年、慈恵を受けた人は、「似たような形を見たぞ」と思ったかも知れない。しかし、似ているのは形だけであることに注意。)

問7

$$t_a=\frac{2cL}{c^2-w^2}$$

$$=\frac{2cL}{c^2\left(1-\left(\frac{w}{c}\right)^2\right)}$$

$$\approx\frac{2L}{c}\left(1+\frac{w^2}{c^2}\right)$$

$$t_b=\frac{2L}{\sqrt{c^2-w^2}}$$

$$=\frac{2L}{c\left(1-\left(\frac{w}{c}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$\approx\frac{2L}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{w^2}{c^2}\right)$$

$$\therefore\ t_a - t_b = \frac{2L}{c}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{W^2}{c^2}$$

$\boxed{15}$ ③

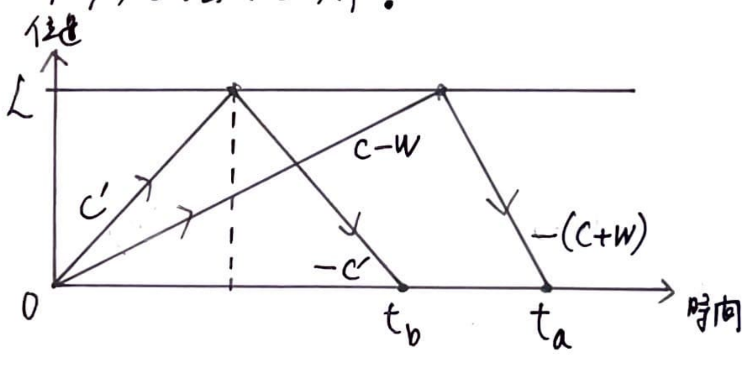
● $c' = \sqrt{c^2 - W^2}$, $c+W$, $c-W$ の大きさをくらべをすると，

$$\begin{cases} c' = \sqrt{c^2-W^2} = \sqrt{(c+W)(c-W)} \\ c+W = \sqrt{(c+W)(c+W)} \\ c-W = \sqrt{(c-W)(c-W)} \end{cases}$$

より，

$$c - W < c' < c + W$$

となる．これを基にして，位置（距離）―時间グラフを描くと以下．



（c', $-c'$ などはグラフの傾き）

问8 波が強め合う条件は，

位相差 $\Delta\theta = 2\pi \cdot m$

いま，$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T}t_a - \frac{2\pi}{T}t_b$

$$= 2\pi f(t_a - t_b)$$

ゆえ，

$$2\pi f(t_a - t_b) = 2\pi m$$

が成立．これが〔5〕の予式．

上式に $\boxed{15}$ の答えを代入して，

$$2\pi f\frac{W^2L}{c^3} = 2\pi m$$

$$\therefore\ f\frac{W^2L}{c^3} = m \cdots ①$$

（さて，ここからどうしよう？）

「図3のときは，$t_a - t_b = -\frac{W^2L}{c^3}$ となる」とあるので，このときについても立式すると，

$$f\cdot\frac{-W^2L}{c^3} = m' \cdots ②$$

「①から②へ変化する间に整数はいくら変化したか？」が问われているので，$m - m'$ を計算して，

$$m - m' = f\frac{W^2L}{c^3} - \left(-f\frac{W^2L}{c^3}\right)$$

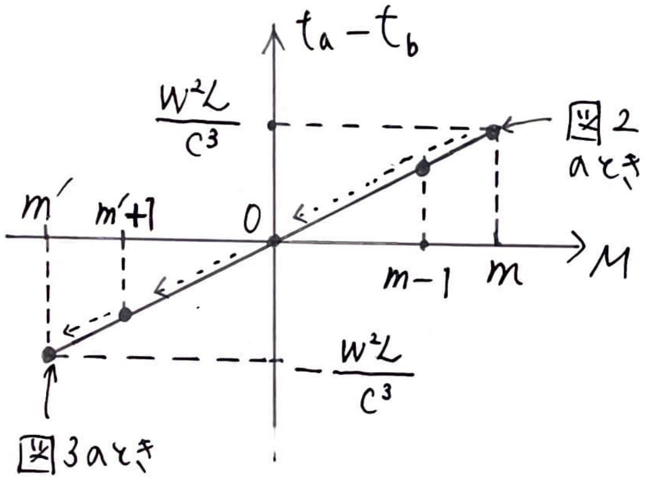
$$= \frac{2W^2fL}{c^3}$$

$\boxed{16}$ ⑨

・ここで、$(t_a - t_b)$ ー 整数 M グラフを描いてみる。

$$t_a - t_b = \frac{1}{2\pi f}\cdot 2\pi M$$
$$= \frac{1}{f}\cdot M$$

ゆえ、グラフは以下。



このようにグラフ化すると、図2と図3で対称的であり（そのくらいであれば、グラフ化しなくても分かるけれども）、$\boxed{16}$ の答えに「2」が入っているのが納得できるだろう。

なお、問8は次のようにも考えられるだろう。

図2の時間差 $\Delta t = \frac{W^2L}{c^3}$
図3の 〃 $\Delta t' = -\frac{W^2L}{c^3}$

よって、干渉縞が現れる回数は、時間差が周期 $T(=1/f)$ ずれるごとに干渉縞が1回現れることから、

$$\frac{\Delta t - \Delta t'}{T} = \frac{\frac{W^2L}{c^3} - \left(-\frac{W^2L}{c^3}\right)}{1/f}$$
$$= \frac{2W^2fL}{c^3}$$

と計算できる。

・ところで、$W=0$ としたら、$t_a - t_b$ はいくらになるだろうか？

$\boxed{15}$ の答えより、0 となる。

このとき、図3における $t_a - t_b$ も 0 となる。つまり、図2と図3は「全く同じ」ということになる。$W \neq 0$ ならば図2と図3は異なり、$W=0$ ならば「同じ」となる。「同じ」となったのが「マイケルソン＝モーリーの実験㊍」である（1887年）。ただし、この実験は音波ではなく光波を使ったものであり、W は「エーテルの風」の速さに相当する（㊍は干渉を利用した実験）。

ここから分かることは、本問はドップラー効果㊍′の問題などではなく、㊍を模した問題だということである。（㊍′だと思った人は、是非「ドップラー効果とはどういう現象か」を確認しよう。（公式なんて覚えても仕方ないことです。））

上述した通り、本問は㊍′の問題ではなく、㊍を模したものだと思われる（そうでなければ、[3]の意味は決して分からないだろう）。「音源、人、板、風」から「㊍′だ」と思った人は、そういう「連想」「妄想」を止めるような勉強をすべきである。物理は連想ゲームなどではなく、法則に従って自然を捉える技法である（少なくとも高校物理はそう）。「現象を物理的に見るとはどういうことか」を重視して勉強していってほしい（これは次期受験生に向けてのメッセージです）。

$\boxed{3}$

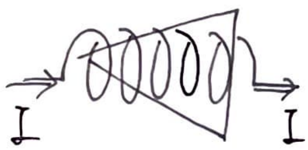
問1 $B = \mu_0 \dfrac{N}{l} I$

$\boxed{17}$ ⑥

$\Phi = BS$

$= \mu_0 \dfrac{N}{l} S I$

$\boxed{18}$ ④

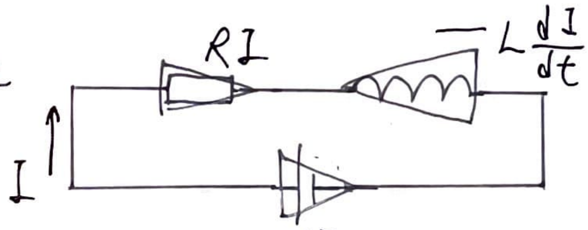


$-N \dfrac{d\Phi}{dt}$

$= -\mu_0 \dfrac{N^2}{l} S \dfrac{dI}{dt} \left(\equiv -L \dfrac{dI}{dt} \right)$

$\boxed{19}$ ⑧

問2



$\dfrac{V_0}{T} t \quad (0 \leqq t \leqq T)$

キルヒホッフ第2法則（以下、K2と略記）より、

$$\frac{V_0}{T} t = RI - L\frac{dI}{dt} \quad \cdots ㋐$$

（この微分方程式を解くのは大変そう
⇩
グラフなどから考えるしかない）

図2より、$t=0$ のとき、$V(t) = 0$.

よって、㋐ ⇒ $0 = RI - L\dfrac{dI}{dt} \cdots$ ㋐′

また、ソレノイドの性質より、$t=0$ で $I=0$ と考えられるゆえ、

㋐′ ⇒ $0 = 0 - L\dfrac{dI}{dt}$

$\therefore \dfrac{dI}{dt} = 0$

（$I-t$ グラフの傾き $=0$）

この式を満たすグラフは、

①～④

$t > T$ では、$V(t) = V_0$

$\therefore$ ㋐ ⇒ $V_0 = RI - L\dfrac{dI}{dt}$

（この微分方程式は解けるが、それでもやはり大変そう。）

$t \to \infty$ で $I \to$ 一定

（微分方程式が解けないなら、これは「知識」として覚えておくしかない）

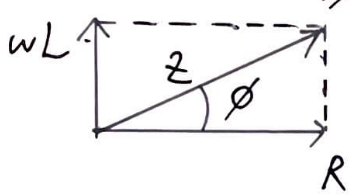
$\therefore \dfrac{dI}{dt} = 0$ かつ $I = \dfrac{V_0}{R}$

これを満たすグラフは ④ のみ

$\boxed{20}$

問3　$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$

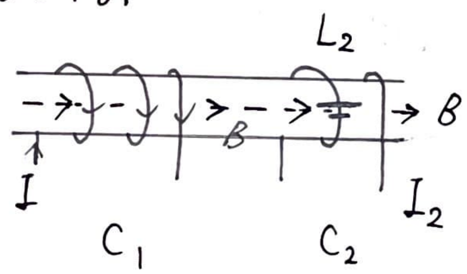
$\boxed{21}$　⑨



$\tan\phi=\dfrac{\omega L}{R}$

$\boxed{22}$　②

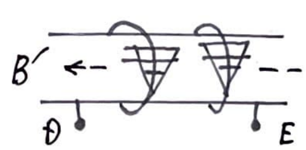
問4　t＝Δt（Δt：微小時間）で考えてみる。



I 増加 ⟹ L_2 反応する
（相互誘導）

L_2は Bを減らす向き（上図の左向き）にB'を作るような電流を流そうとする。

つまり、



この向きに起電力が生じる。

$$\phi_D-\phi_E=M\frac{dI}{dt}$$

ゆえ、

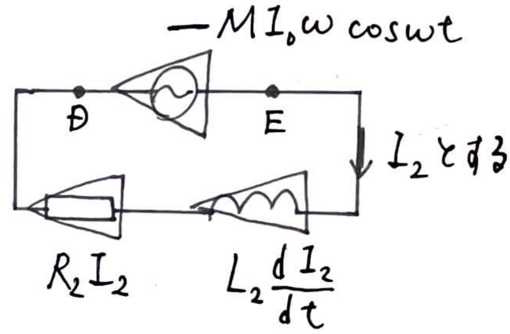
$$\phi_E-\phi_D=-M\frac{dI}{dt}$$

$\boxed{23}$　⑦

$$=-MI_0\omega\cos\omega t$$

L_2は ⏦ になったと見なせる
（交流電源）

問5



K2より、

$$-MI_0\omega\cos\omega t-L_2\frac{dI_2}{dt}-R_2I_2=0 \quad \cdots(イ)$$

（この微分方程式は解けそう。⏦ があることから I_2は三角関数となることが予想できる。⇒予想できなければ、p.10の(or)へ）

ここで、$I_2=I_0'\sin(\omega t+\alpha)$ として(イ)に代入すると、

$$\omega L_2I_0'\cos(\omega t+\alpha)+R_2I_0'\sin(\omega t+\alpha)$$
$$=-MI_0\omega\cos\omega t$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(\omega L_2)^2+R_2^2}\,I_0'\cos(\omega t+\alpha-\beta)$$
$$=MI_0\omega\cos(\omega t+\pi)$$

$$\left(\tan\beta\equiv\frac{R_2}{\omega L_2}\right)$$

この式が任意のtで成立するための条件は、

$$\begin{cases}\sqrt{(\omega L_2)^2+R_2^2}\,I_0' = MI_0\omega \\ \alpha-\beta=\pi\end{cases}$$

$$\therefore\ I_0' = \frac{\omega M}{\sqrt{(\omega L_2)^2+R_2^2}}\,I_0$$

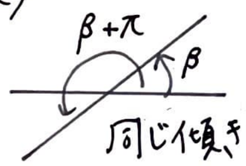
$\boxed{24}$ ⑧

また、

$$\alpha=\beta+\pi$$

ゆえ、

$$\tan\alpha=\tan(\beta+\pi)$$
$$=\tan\beta$$



$$=\frac{R_2}{\omega L_2}$$

いま、 $I(t)=I_0\sin\omega t$

$$I_2=I_0'\sin(\omega t+\alpha)$$

ゆえ、$I(t)$ と I_2 の位相差は α。これは θ でもあるので、結局、

$$\tan\theta=\tan\alpha=\frac{R_2}{\omega L_2}$$

$\boxed{25}$ ①

（これはなかなかに大変。他の考え方はないだろうか？）

or •I_2 の最大値について

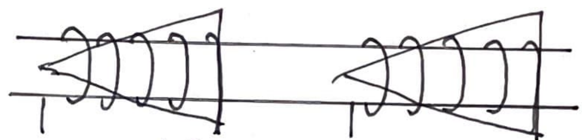
C_2 の起電力は $-\omega MI_0\cos\omega t$、

インピーダンスは $\sqrt{R_2^2+(\omega L_2)^2}$

ゆえ、

$$I_2\text{の最大値}=\frac{\omega MI_0}{\sqrt{R_2^2+(\omega L_2)^2}}$$

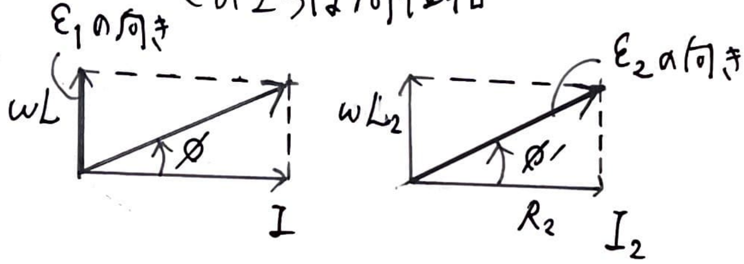
•$\tan\theta$ について



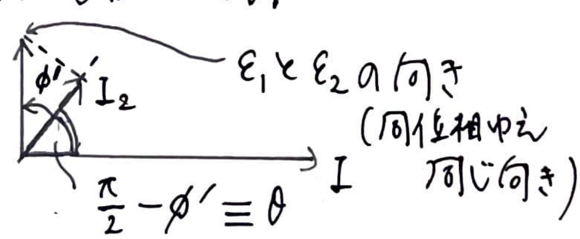
$\varepsilon_1=-L\frac{dI}{dt}$　　$\varepsilon_2=-\frac{M'}{N}L\frac{dI}{dt}$

（N巻き）　　（M'巻きとする）

この2つは同位相



ε_1 と ε_2 は同位相ゆえ、2つの図を重ね合わせてみる。



$$\tan\theta=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\phi'\right)$$
$$=\frac{1}{\tan\phi'}$$
$$=\frac{R_2}{\omega L_2}$$

講評はP.3