

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

埼玉医科大学 数学 試験日2月2日(金)



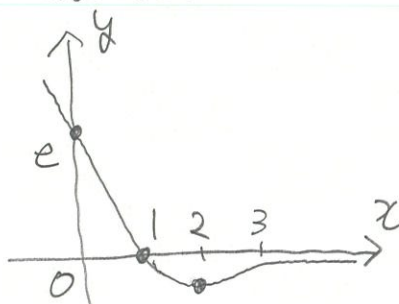
問1. $f(x) = (1-x)e^{1-x}$
 $f'(x) = (x-2)e^{1-x}$
 $f''(x) = (3-x)e^{1-x}$ より

x	...	2	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+		+
$f''(x)$	+		+	0	-

$x=2$ のとき 最小値 $\frac{-1}{e^1}$

変曲点は $(3, \frac{-2}{e^2})$

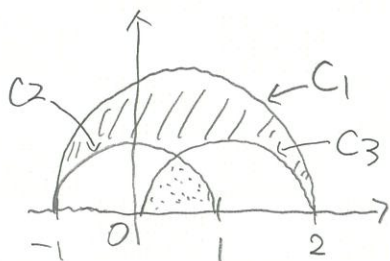
* グラフの概形は



問2. $C_1: (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4} \quad (y \geq 0)$ 半円

$C_2: x^2 + y^2 = 1 \quad (y \geq 0)$ 半円

$C_3: (x-1)^2 + y^2 = 1 \quad (y \geq 0)$ 半円



求めるのは斜線部。

こゝで点線部 の面積は $2 \times \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1-x^2} dx$

なので (中心角 120° のおうし形から、
 三角形の面積をひく、
 などでもよい)

$$S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{2}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{11\pi - 6\sqrt{3}}{24}$$

20分

② 問1. $f(x) = x^3 - \frac{4}{3}x$
 $f'(x) = 3x^2 - \frac{4}{3}$

$y=f(x)$ と y 軸の交点は原点なので、接線の傾きは $f'(0) = -\frac{4}{3}$.
 法線 $\parallel \frac{3}{4}$

問2. $y=f(x)$ の点 $P(t, f(t))$ における接線の式は

$$y = f'(t)(x-t) + f(t) \\ = \left(3t^2 - \frac{4}{3}\right)x - 2t^3$$

これから $y=f(x)$ と点 $Q(s, f(s))$ と交わるので、

$$\left(3t^2 - \frac{4}{3}\right)x - 2t^3 = x^3 - \frac{4}{3}x \\ x^3 - 3t^2x + 2t^3 = 0$$

$x=t$ のとき上式を満たすことから、

$$(x-t)(x^2 + tx - 2t^2) = 0$$

$$(x-t)^2(x+2t) = 0 \quad \therefore x=t, x=-2t$$

$$s \neq t \text{ より } s = -2t$$

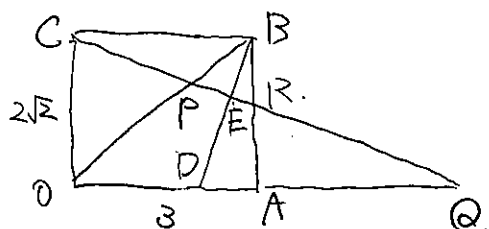
問3. $Q(-2t, f(-2t))$ における接線 l' の傾きは $f'(-2t) = 12t^2 - \frac{4}{3}$.

これから l と直交するので、 $\left(3t^2 - \frac{4}{3}\right)\left(12t^2 - \frac{4}{3}\right) = -1$.

$$\left(6t^2 - \frac{5}{3}\right)^2 = 0$$

$$t = \pm \frac{\sqrt{10}}{6}$$

③



問1. EはBDを2:1に内分するので, $\underline{\underline{\vec{OE} = \frac{1}{3}(2\vec{OB} + \vec{OD})}}$.

また, $\triangle CBE \sim \triangle QDE$ より $CB:QD = 1:2$,
 $OQ = QD + DO = 6 + (3 \times \frac{2}{3}) = 8$.

$\triangle CBP \sim \triangle QOP$ より $BP:OP = CB:QO$
 $= 3:8$

$$\therefore \underline{\underline{\vec{OP} = \frac{8}{11}\vec{OB}}}$$

($\vec{OP} = s\vec{OC} + (1-s)\vec{OE}$ ($0 \leq s \leq 1$) を用いてもよい).
 問2以下同様。

問2 $OQ = 8$, $OA = 3$ より, QはOAを $8:5$ に外分する.

$$\therefore \underline{\underline{\frac{8}{5} = 1}}$$

問3. 問題形式から内積=0と予想できる.

$\vec{DB} \cdot \vec{CP} = 0$ を説明すればよい.

$$\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{OA} + \vec{OC}$$

$$\vec{CP} = \vec{OP} - \vec{OC} = \frac{8}{11}\vec{OA} - \frac{3}{11}\vec{OC}$$

$$\therefore \underline{\underline{\vec{DB} \cdot \vec{CP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{11} |\vec{OA}|^2 - 1 \cdot \frac{3}{11} |\vec{OC}|^2 = 0}}$$

($\triangle BER \sim \triangle BAD$ を証明してもよい).

$$\text{問4. } \triangle AQR = \frac{1}{2} \times AQ \times AR = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{8}$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times AB \times AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 1$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{\triangle AQR}{\triangle ABD} = \frac{5 \times \frac{15}{8}}{3 \times 1} = \frac{25}{8}}}$$

④ 赤 R 黄 Y 透明 C' とする

問1. RR の確率は $(\frac{5}{10})^2$

RC' " $\frac{5}{10} \times \frac{2}{10}$

C'R " $\frac{2}{10} \times \frac{5}{10}$

$$\text{よって } \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{20}$$

$$\text{問2. } \frac{(\frac{5}{10})^2}{\frac{9}{20}} = \frac{5}{9}$$

$$\text{問3. このとき } R:C' = \left\{ \left(\frac{1}{4} \times 2 \right) + \left(\frac{1}{5} \times 1 \right) \right\} : \left(\frac{1}{5} \times 1 \right)$$

$$= 7:2$$

よって透明を選ぶ確率は $\frac{2}{9}$

問4. 問1と同様に. YY の確率は $(\frac{3}{10})^2$

YC' " $\frac{3}{10} \times \frac{2}{10}$

C'Y " $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$

$$\text{よって } \frac{9}{100} + \frac{6}{100} + \frac{6}{100} = \frac{21}{100}$$

$$\text{このとき } Y:C' = \left\{ \left(\frac{9}{100} \times 2 \right) + \left(\frac{3}{25} \times 1 \right) \right\} : \left(\frac{3}{25} \times 1 \right)$$

$$= 5:2$$

よって、C氏から赤を選び、D氏から黄を選ぶ確率は、

$$\frac{7}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{9}$$

(③ は バクトル立式と図形的考察のイトコドリで移すたい。
④ は 何を出世ばよいかを落ちついて考え、具体的イージをつくらんと。)