

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

埼玉医科大学（後期）試験 数学 試験日 3月2日（土）



ミライを拓く
武器を君に

□ 問1 $f(x) = (x+1)(x-1)(x+3)$

$$= x^3 + 3x^2 - x - 3$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 1$$

$$f''(x) = 6x + 6$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow x = -1$$

$$f(-1) = 0 \text{ より、変曲点は } (-1, 0)$$

$$f'(-1) = -4 \text{ より、変曲点における接線の方程式は}$$

$$y = -4(x+1) \rightarrow \underline{y = -4x - 4} \quad \text{A}$$

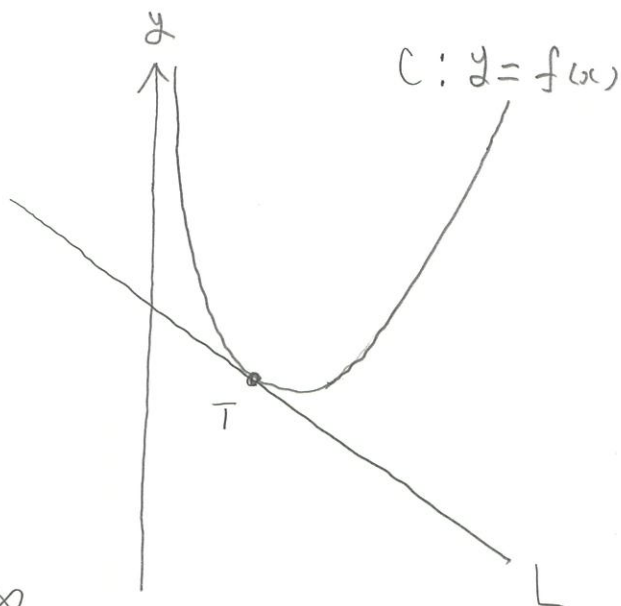
問2 $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + k}{x} = 2x + \frac{k}{x} - 3 \quad (x > 0)$

※ k は正の定数

$$f'(x) = 2 - \frac{k}{x^2}$$

x	0	...	$\sqrt{\frac{k}{2}}$	...
$f'(x)$	$\searrow$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$\searrow$	$f(\sqrt{\frac{k}{2}})$	$\nearrow$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \infty$$



$$4x + 5y = t \quad t \text{ 変化する. } (\Leftrightarrow y = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}t)$$

$L: y = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}t$ が C と接するとき、 t は最小となる。(上図)

$$f'(x) = 2 - \frac{k}{x^2} = -\frac{4}{5} \quad \text{とすれば、} x = \sqrt{\frac{5}{14}k}$$

$$f\left(\sqrt{\frac{5}{14}k}\right) = 2\sqrt{\frac{5}{14}k} + \frac{14}{5}\sqrt{\frac{5}{14}k} - 3 = \frac{\sqrt{70}}{7}\sqrt{k} + \frac{\sqrt{70}}{5}\sqrt{k} - 3 = \frac{12\sqrt{70}}{35}\sqrt{k} - 3$$

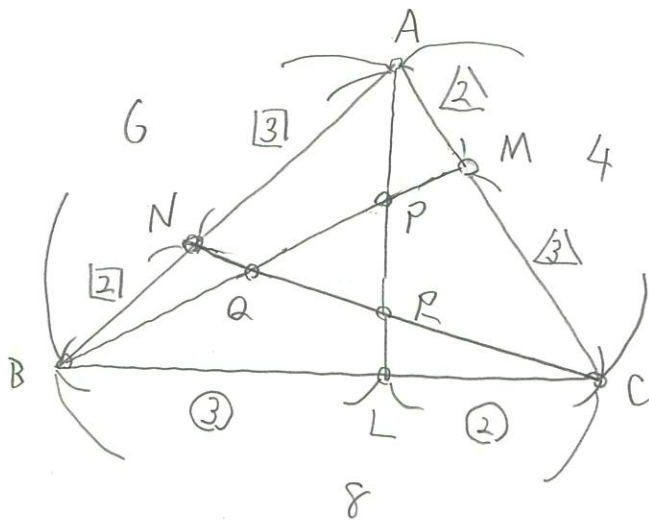
$$T\left(\sqrt{\frac{5}{14}k}, \frac{12\sqrt{70}}{35}\sqrt{k} - 3\right)$$

$$t \text{ は } 4x + 5y \text{ の最小値} = 4 \times \sqrt{\frac{5}{14}k} + 5 \times \left(\frac{12\sqrt{70}}{35}\sqrt{k} - 3\right)$$

$$= 2\sqrt{70}\sqrt{k} - 15$$

$$t \text{ の最小値} = 20 \quad \text{と仮定するとき、} \quad \underline{k = \frac{35}{8}} \quad \underline{T\left(\frac{5}{4}, 6\right)}$$

[2]



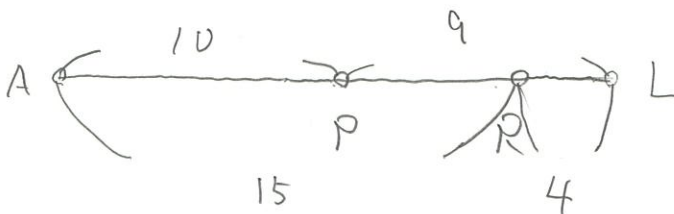
$$\cos A = \frac{36 + 16 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 4} = -\frac{1}{4}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 3\sqrt{15}$$

× ネラウスの定理より, $\frac{2}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{PL}{AP} = 1$ $\frac{PL}{AP} = \frac{9}{10}$

$\frac{3}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{RL}{AR} = 1$ $\frac{RL}{AR} = \frac{4}{15}$



$$AP : PR : RL = 10 : 5 : 4 = 1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{5}$$

$$\Delta ACR = \Delta ABC \times \frac{2}{5} \times \frac{15}{19} = \frac{6}{19} \Delta ABC$$

対称性より, $\Delta ACR = \Delta BAP = \Delta CBQ$ より,

$$\Delta PQR = \Delta ABC - \frac{6}{19} \Delta ABC \times 3 = \frac{1}{19} \Delta ABC$$

$$\boxed{3} \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_n(x) = \frac{1}{n(n+2)} x^2 + \int_1^2 f_{n-1}(t) dt \quad (n=2, 3, 4, \dots) \end{cases}$$

$$a_n = \int_1^2 f_n(t) dt \quad \text{と置く。}$$

$$a_1 = \int_1^2 f_1(t) dt = \underline{0}$$

$$f_n(x) = \frac{1}{n(n+2)} x^2 + a_{n-1} \quad \text{より、}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \int_1^2 f_n(t) dt \\ &= \int_1^2 \left\{ \frac{1}{n(n+2)} t^2 + a_{n-1} \right\} dt \\ &= \frac{1}{n(n+2)} \int_1^2 t^2 dt + a_{n-1} \int_1^2 1 dt \\ &= \frac{7}{3n(n+2)} + a_{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_n = a_{n-1} + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=2}^n \frac{7}{6} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= 0 + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots \\ &\quad \dots + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} \right) + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{7}{6} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \\ &= \frac{7}{6} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \underline{\underline{\frac{7}{6} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)}} \end{aligned}$$

④ k 回目に出た目を a_k とする. ($a_k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

2 回目で合計が 7 になる組み合わせは,

$(a_1, a_2) = (1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 2) (6, 1)$ の 6 通り

$$P(2) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

3 回目で合計が 7 になる場合を考える.

$a_1 + a_2 + a_3 = 7$ となる組み合わせは,

000011 の並べ方 $= {}_6C_2 = 15$ 通り

(例) 001010 $\leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (3, 2, 2)$
 000110 $\leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (4, 1, 2)$

$\begin{cases} a_1 + a_3 = 7 \\ a_1 + a_2 \geq 8 \end{cases}$ となる組み合わせは,

$(a_1, a_3) = (2, 5)$ のとき, $a_2 = 6$

$(a_1, a_3) = (3, 4)$ のとき, $a_2 = 5, 6$

$(a_1, a_3) = (4, 3)$ のとき, $a_2 = 4, 5, 6$

$(a_1, a_3) = (5, 2)$ のとき, $a_2 = 3, 4, 5, 6$

$(a_1, a_3) = (6, 1)$ のとき, $a_2 = 2, 3, 4, 5, 6$

} 15 通り

以上より,

$$P(3) = \frac{30}{216} = \frac{5}{36}$$

4回目2. 合計が7になる場合を数える.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 7$ となる組み合わせは,

000111 の並べ方 $= {}_6C_3 = 20$ (通り)

(例) 100101 $\leftrightarrow (a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, 3, 2, 1)$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_4 = 7 \\ a_1 + a_2 + a_3 \geq 8 \end{cases}$$
 となる組み合わせは,

$(a_1 + a_2, a_4) = (2, 5)$ のとき, $a_3 = 6$

$(a_1 + a_2, a_4) = (3, 4)$ のとき, $a_3 = 5, 6$

$(a_1 + a_2, a_4) = (4, 3)$ のとき, $a_3 = 4, 5, 6$

$(a_1 + a_2, a_4) = (5, 2)$ のとき, $a_3 = 3, 4, 5, 6$

$(a_1 + a_2, a_4) = (6, 1)$ のとき, $a_3 = 2, 3, 4, 5, 6$

$a_1 + a_2 = 2, 3, 4, 5, 6$ となる組み合わせはそれぞれ

1通り, 2通り, 3通り, 4通り, 5通り である.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55 \text{ (通り)}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + a_4 = 7 \\ a_1 + a_2 \geq 8 \end{cases}$$
 となる組み合わせは,

$(a_1, a_2) = (2, 6)$ のとき $(a_3, a_4) = (1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1)$

$(a_1, a_2) = (3, 5) (3, 6)$ のとき, $(a_3, a_4) = (1, 3) (2, 2) (3, 1)$

$(a_1, a_2) = (4, 4) (4, 5) (4, 6)$ のとき, $(a_3, a_4) = (1, 2) (2, 1)$

$(a_1, a_2) = (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)$ のとき, $(a_3, a_4) = (1, 1)$

$$1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 20 \text{ (通り)}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_4 = 17 \\ a_1 + a_2 \geq 8 \\ a_1 + a_3 \geq 8 \end{cases} \quad \text{となる組合せは、}$$

$$(a_1, a_4) = (2, 5) \text{ のとき } a_2, a_3 \text{ は } 6$$

$$(a_1, a_4) = (3, 4) \text{ のとき } a_2, a_3 \text{ は } 5 \sim 6$$

$$(a_1, a_4) = (4, 3) \text{ のとき } a_2, a_3 \text{ は } 4 \sim 6$$

$$(a_1, a_4) = (5, 2) \text{ のとき } a_2, a_3 \text{ は } 3 \sim 6$$

$$(a_1, a_4) = (6, 1) \text{ のとき } a_2, a_3 \text{ は } 2 \sim 6$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55 \text{ 通り}$$

以上より、求めるべき確率は、

$$\frac{55 + 20 + 55}{20 + 55 + 20 + 55} = \frac{130}{150} = \frac{13}{15}$$

< 講評 >

① 問1 必ず正答したい問題

問2 差がつく問題

題意を理解しにくいかもしれない。

② 問1 必ず正答したい問題

問2 必ず正答したい問題

問3 差がつく問題

対称性をうまく利用したい。

③ 必ず正答したい問題

④ 問1 必ず正答したい問題

問2 差がつく問題

丁寧に数え上げたい。

問3 やや難

やるべきことは明確であるが、試験時間内に正答するのは簡単ではないだろう。

必ず正答したい問題をすべて取り、

差がつく問題のうち2つ取れば十分だろう。