

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

日本大学（医）（後期）二次試験 数学 試験日 3月17日（日）



Ⅰ $a = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

$$(1) \quad a + \frac{2}{a} = \frac{a^2 + 2}{a} = \frac{10 + 2\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \underline{2\sqrt{15}}$$

(2) a が無理数であることを示す。

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} = \frac{q}{p} \quad (p \text{ と } q \text{ は互いに素である自然数}) \quad \text{と仮定すると、}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5} = \frac{q}{p} - \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 5 = \frac{q^2}{p^2} - \frac{2q}{p}\sqrt{3} + 3$$

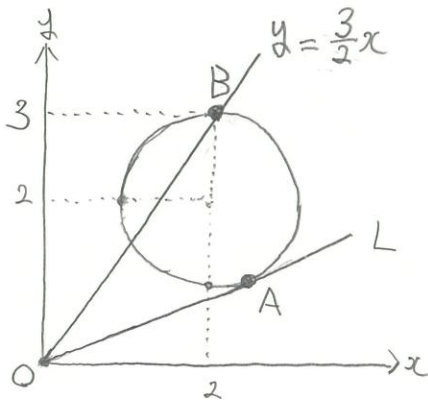
$$\Leftrightarrow \frac{2q}{p}\sqrt{3} = \frac{q^2}{p^2} - 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{q}{2p} - \frac{p}{q} = \frac{q^2 - 2p^2}{2pq}$$

これは $\sqrt{3}$ が無理数であることに矛盾する。

したがって、 a は無理数である。

II $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$



$A(p, q)$ とおく.

$$L: (p-2)(x-2) + (q-2)(y-2) = 1$$

AはC上の点であり、LはOを通るので、

$$\begin{cases} (p-2)^2 + (q-2)^2 = 1 & \dots ① \\ -2(p-2) - 2(q-2) = 1 & \dots ② \end{cases}$$

$$② \Leftrightarrow -2p - 2q + 8 = 1 \Leftrightarrow q = -p + \frac{7}{2} \quad ① \text{に代入すると、}$$

$$(p-2)^2 + \left(-p + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$$

$$2p^2 - 7p + \frac{21}{4} = 0$$

$$8p^2 - 28p + 21 = 0$$

$$p = \frac{14 \pm 2\sqrt{7}}{8}$$

$$\text{図より、} p = \frac{7+\sqrt{7}}{4}, \quad q = \frac{7-\sqrt{7}}{4} \quad \underline{A\left(\frac{7+\sqrt{7}}{4}, \frac{7-\sqrt{7}}{4}\right)}$$

$$L: y = \frac{7-\sqrt{7}}{7+\sqrt{7}}x \quad \left(L: y = \frac{4-\sqrt{7}}{3}x \right)$$

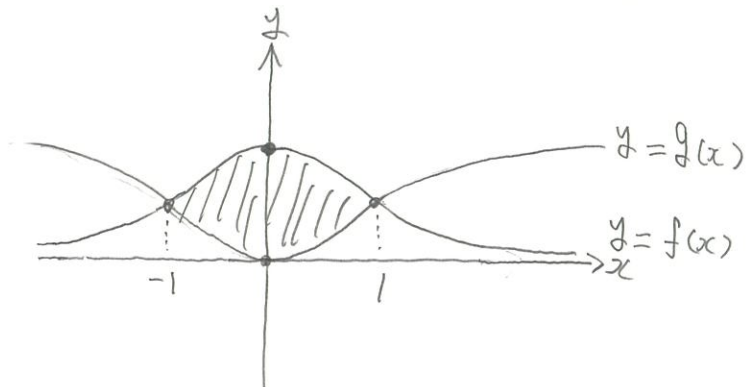
B(2, 3) であるから、

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} \left| \frac{7+\sqrt{7}}{4} \cdot 3 - \frac{7-\sqrt{7}}{4} \cdot 2 \right|$$

$$= \frac{7+5\sqrt{7}}{8}$$

$$\text{II} \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad g(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$$

(1) $f(x) + g(x) = 1$ より、 $g(x) = 1 - f(x)$



$$\text{面積} = 2 \int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx = 2 \int_0^1 \frac{1-x^2}{1+x^2} dx$$

$$= 2 \int_0^1 \frac{-(1+x^2) + 2}{1+x^2} dx = -2 \int_0^1 1 dx + 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$= \pi - 2$$

(2) $f'(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$ より、 $P_1(\alpha, f(\alpha))$ における C の接線を L_1 とすると、

$$L_1: y = -\frac{2\alpha}{(1+\alpha^2)^2} (x-\alpha) + \frac{1}{1+\alpha^2}$$

$$L_1: y = -\frac{2\alpha}{(1+\alpha^2)^2} x + \frac{3\alpha^2+1}{(1+\alpha^2)^2}$$

$g'(x) = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$ より、 $P_2(\alpha, g(\alpha))$ における C の接線を L_2 とすると、

$$L_2: y = \frac{2\alpha}{(1+\alpha^2)^2} (x-\alpha) + \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2}$$

$$L_2: y = \frac{2\alpha}{(1+\alpha^2)^2} x + \frac{\alpha^4 - \alpha^2}{(1+\alpha^2)^2}$$

(3) L_1, L_2 に $x = -\frac{11}{3}$ を代入したときの y の値が等しければ“よいのだ”

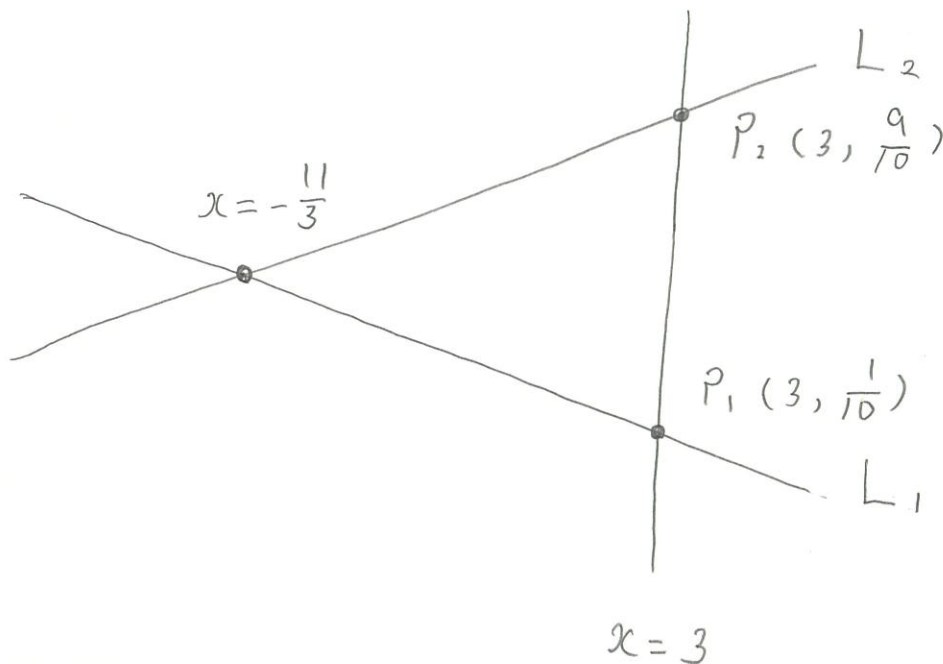
$$\frac{22x}{3(1+x^2)^2} + \frac{3x^2+1}{(1+x^2)^2} = -\frac{22x}{3(1+x^2)^2} + \frac{x^4-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$22x + 9x^2 + 3 = -22x + 3x^4 - 3x^2$$

$$3x^4 - 12x^2 - 44x - 3 = 0$$

$$(x-3)(3x^3+9x^2+15x+1)=0$$

$$x > 1 \text{ より、 } \underline{x=3}$$



$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{20}{3} = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$$