

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

聖マリアンナ医科大学 (医) 数学 試験日 2月6日 (木)



1 (1) n 乗して a になる数のうち正のもの

(2) $\sqrt[n]{a^m}$ につき, (1)より $(\sqrt[n]{a^m})^n = a^m$

また, $\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n = \sqrt[n]{a^{mn}} = \{(\sqrt[n]{a})^n\}^m = a^m$

$\sqrt[n]{a}$ はただ1つ存在するのぞ,

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

* $\sqrt[n]{a}$ がただ1つ存在することを (1)(2) (いずれかの) 答案で示す

2 (1) $\frac{10!}{3!4!3!} = \underline{4200}$

(2) a を 2 コ b を 4 コ c を 3 コ 使って並べらる. $\frac{9!}{2!4!3!} = \underline{1260}$

(3) a を 2 コ b を 3 コ c を 3 コ 使って並べらる $\frac{8!}{2!3!3!} = \underline{560}$

(4) $a \xleftarrow{(1)} \underline{\quad} a \xleftarrow{(2)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(3)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(4)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(5)} \underline{\quad} a \xleftarrow{(6)} \underline{\quad} b$

下線部に c を入けるが, ①に c を入けないと, 条件 (iv) に反する。

同様に, ②③にも c を入けないと合わないのぞ, $\text{I} \dots \text{I}$ とあり。

$a \xleftarrow{(1)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(2)} \underline{\quad} a \xleftarrow{(3)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(4)} \underline{\quad} b \xleftarrow{(5)} \underline{\quad} a \xleftarrow{(6)} \underline{\quad} b$

下線部に c を入けるが, ④に1コ c を入けると, 残り 2 コの c は

残り 5 コの下線部に1つずつ入る。(1つずつ入らないと文字 c が条件 (iv) に反する) $10C_2 = \underline{45}$ とあり。

(5) (4) を 4 がかりに考える.

a と b の並べ方は 10通り ($5C_2$). たとえば

$a \text{---} a \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} b \text{---} b$ だと, 間に 4 条件 (iv) を満たすようにするのための C は 5 コ必要になり, 足りないのが不可能.

これを考慮すると.

$a \text{---} a \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} b$ 2" 1 とあり.

$a \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} b$ 2" 1 とあり.

$a \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} b$ 2" 1 とあり.

$a \text{---} b \text{---} a \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} b$ 2" 1 とあり.

$a \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} b$ 2" 10 とあり.

$a \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} b$ 2" 10 とあり.

$a \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} a \text{---} b \text{---} b$ 2" 1 とあり.

$a \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} b \text{---} a \text{---} b$ 2" 10 とあり.

$a \text{---} b \text{---} b \text{---} b \text{---} a \text{---} a \text{---} b$ 2" 1 とあり.

計 36 とあり.

3 (1) $f(x) = 4\sin x + |2\cos 2x + 1|$
 $= 4\sin x + |-4\sin^2 x + 3|$
 $= 4t + |-4t^2 + 3| \quad (-1 \leq t \leq 1)$

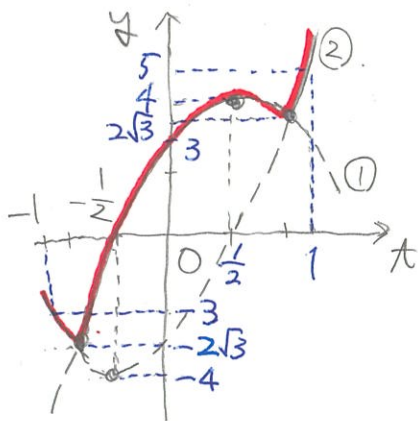
$-4t^2 + 3 \geq 0$ のとき $f(x) = 4t + (-4t^2 + 3)$
 $= -4t^2 + 4t + 3 \quad \dots \textcircled{1}$

$-4t^2 + 3 < 0$ のとき $f(x) = 4t - (-4t^2 + 3)$
 $= 4t^2 + 4t - 3 \quad \dots \textcircled{2}$

よ、求める範囲は $-4t^2 + 3 \geq 0$ か $-1 \leq t \leq 1$

$\therefore \underline{\underline{-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}}}$

(2) ①, ② のグラフより.



最大値は $t = 1$ のとき $x = \frac{\pi}{2}$, $f(x)$ 最大 = 5

最小値は $t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき $x = \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$,

$f(x)$ 最小 = $-2\sqrt{3}$

(3) $y = 3$ のとき $t = 0$. このとき $\sin x = 0$ となる $x = 0, \pi, 2\pi$ の 3 点

(4) (2) のグラフより

$4 < y \dots$ 交点は 1 点

$4 = y \dots$ " 2 点

$2\sqrt{3} < y < 4 \dots$ " 3 点

$2\sqrt{3} = y \dots$ " 2 点

$-3 < y < 2\sqrt{3} \dots$ " 1 点

$2\sqrt{3} < y \leq -3 \dots$ " 2 点

$-2\sqrt{3} = y \dots$ " 1 点

$y = k$ とグラフの交点が 3 点あるときは

$2\sqrt{3} < k < 4$

このときに $y = k$ と $C (y = f(x))$ の交点は

6 点となる

$2\sqrt{3} < k < 4$

4

(1)

$$\frac{2}{1-\sin\theta} = \frac{2}{1+\cos\theta}$$

$$1-\sin\theta = 1+\cos\theta \quad \therefore \tan\theta = -1, \quad \theta = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi.$$

$$\theta = \frac{3}{4}\pi \text{ のとき, } r = \frac{2}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4+2\sqrt{2}.$$

$$\theta = \frac{7}{4}\pi \text{ のとき, } r = \frac{2}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4-2\sqrt{2}.$$

$$(2) \quad r = \frac{2}{1-\sin\theta} \text{ より } r-r\sin\theta = 2.$$

$$\therefore \text{ ④に } x^2+y^2=r^2, \quad y=r\sin\theta \text{ を代入すると}$$

$$x^2+y^2 = (2+y)^2 \quad \therefore \underline{y = \frac{1}{4}x^2 - 1}$$

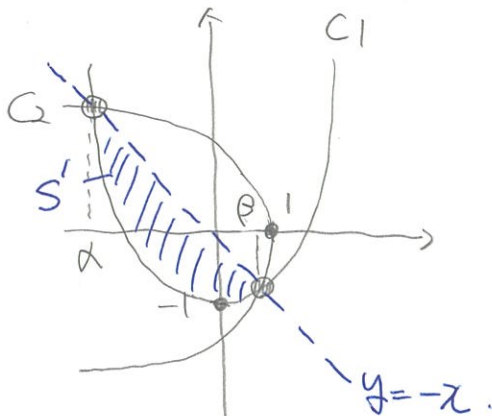
$$(3) \quad r = \frac{2}{1+\cos\theta} \text{ より } r+r\cos\theta = 2.$$

$$\therefore \text{ ④に } x^2+y^2=r^2, \quad x=r\cos\theta \text{ を代入すると}$$

$$x^2+y^2 = (2-x)^2 \quad \therefore \underline{x = -\frac{1}{4}y^2 + 1}$$

$$\text{また, } y^2 = (2-x)^2 - x^2 \text{ より, } \underline{y = 2\sqrt{1-x}}, \quad \underline{y = -2\sqrt{1-x}}.$$

(4) グラフより



④また⑤部分から $y = -x$ に対して対称なので

$$S = 2S'$$

$$S' = \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ -x - \left(\frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right\} dx.$$

$$= -\frac{1}{4} \int_{\alpha}^{\beta} (x^2 + 4x - 4) dx.$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{6} \right) (\beta - \alpha)^3.$$

$$= \frac{1}{24} \times (4\sqrt{2})^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore S = \underline{\underline{\frac{32\sqrt{2}}{3}}}$$

<評> 基本的な出題だが 完答できるかどうかは差がつく。

[2] (5), [3] (4), は 時間がかかまるので 後回しでもいい。

[4] (4) は 対称性と $\frac{1}{6}$ 公式 を使えることを思いつきたい。