

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

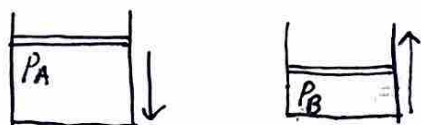
東京慈恵会医科大学 物理

試験日 2月11日 (火)



1.

問1.



$P_A V_A$ だけ
仕事する

$P_B V_B$ だけ
仕事する

$$W_{\text{外}} = P_A V_A - P_B V_B$$

問2.

内部エネルギーの増加分 (= 変化分)

$$\Delta U = \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A)$$

熱力学第1法則より、

$$0 = \Delta U - W_{\text{外}}$$

$$\therefore 0 = \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A) - (P_A V_A - P_B V_B)$$

$$\therefore P_A V_A = P_B V_B \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{ゆえに、} T_A = T_B$$

問3.

$$\begin{aligned} \frac{P_B V_B^\gamma}{P_A V_A^\gamma} &= \frac{P_B}{P_A} \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^\gamma \\ &= \frac{P_B}{P_A} \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^\gamma \quad (\because \textcircled{1}) \\ &= \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

問4.

熱力学第1法則と断熱変化に適用すると、

$$0 = \Delta U + W_{\text{外}}$$

(ΔU : 内部エネルギー変化, $W_{\text{外}}$: 気体が外部に
に仕事)

$$\begin{cases} \Delta U = \frac{3}{2} N k \Delta T \\ W_{\text{外}} = P \Delta V \quad (\Delta V: \text{微小量}) \end{cases}$$

よって、

$$0 = \frac{3}{2} N k \Delta T + P \Delta V \quad \dots \textcircled{2}$$

また、状態方程式: $PV = NkT$ より

$$\Delta(PV) = \Delta(NkT)$$

$$\therefore \Delta P \cdot V + P \Delta V = Nk \Delta T$$

よって、 $\textcircled{2}$ と連立し、

$$0 = \frac{5}{2} (\Delta p \cdot V + p \Delta V) + p \Delta V$$

$$\therefore \frac{\Delta p}{p} = -\frac{5}{3} \frac{\Delta V}{V} \quad \dots \textcircled{*}$$

さらに近似式を用いて、

$$\Delta \log p = -\frac{5}{3} \Delta \log V$$

$$\therefore \Delta (\log p \cdot V^{\frac{5}{3}}) = 0$$

よって、 $\gamma = \frac{5}{3}$ であることを用いて、

$$\log p V^{\gamma} = \text{一定}$$

$$\therefore p V^{\gamma} = \text{一定}$$

or $\textcircled{*}$ 以下

$$\int \frac{dp}{p} = -\frac{5}{3} \int \frac{dV}{V}$$

$$\therefore \log p = -\frac{5}{3} \log V + (\text{定数})$$

$$\therefore \log p V^{\frac{5}{3}} = (\text{定数})$$

$$\therefore p V^{\gamma} = \text{一定}$$

問5.

・熱力学第2法則と、 pV^{γ} が減少することはないことと結びつけており、大変面白い

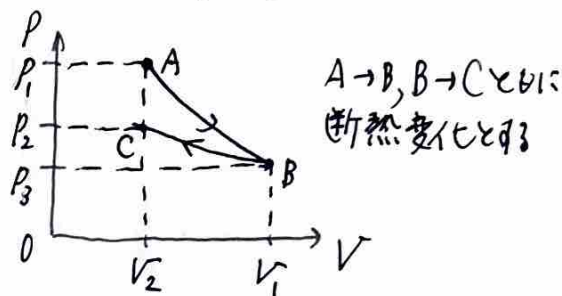
・第2種永久機関の1サイクルにおける熱力学第1法則は、

$$Q_{\text{吸}} = W_{\text{正}} + Q_{\text{放}}$$

$$(Q_{\text{放}} = 0)$$

となる。つまり、放熱過程はない。

・ pV^{γ} が減少する過程はどんなものだろうか？



$$A \rightarrow B: p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} \quad \dots \textcircled{a}$$

$$B \rightarrow C: p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_2^{\gamma} \quad \dots \textcircled{b}$$

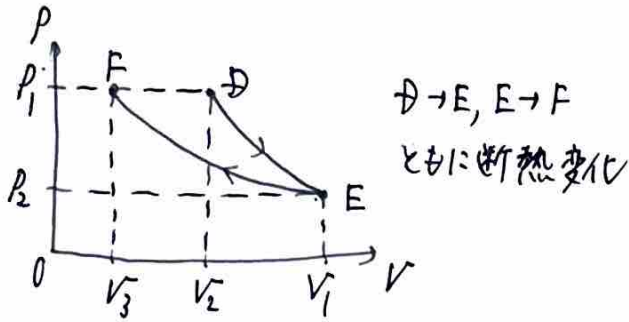
$$\text{よって、} p_1 > p_2 \quad \dots \textcircled{c}$$

①で「=」としていたが、③より、この等号は正しくない。

$$\underbrace{p_1 V_1^{\gamma}}_{p_2 V_1^{\gamma}} > \underbrace{p_2 V_2^{\gamma}}$$

$$\therefore p_2 V_1^{\gamma} > p_2 V_2^{\gamma}$$

よって、 $B \rightarrow C$ は pV^{γ} が減少する断熱過程である。



A→B と B→C では熱の出入りがなく、C→A では熱を吸収する。この熱は全て、気体が 1 サイクルでする仕事に変換され、熱効率 は 1 となる。

$$D \rightarrow E : p_1 V_2^\gamma = p_2 V_1^\gamma \quad \dots \textcircled{2}$$

$$E \rightarrow F : p_2 V_1^\gamma = p_1 V_3^\gamma \quad \dots \textcircled{3}$$

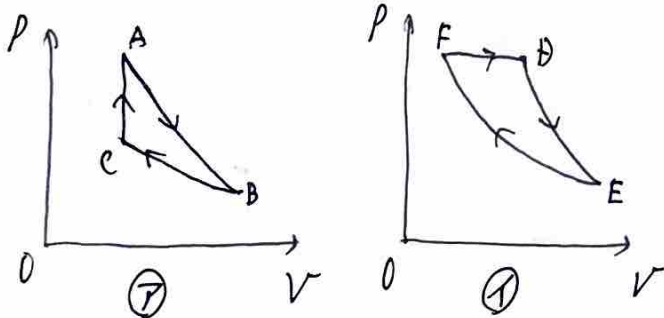
$$\text{また、} V_2 > V_3 \quad \dots \textcircled{4}$$

③で「=」と書いたが、④よりこれは正しくない。

$$\frac{p_1 V_2^\gamma}{p_2 V_1^\gamma} > \frac{p_1 V_3^\gamma}{p_2 V_1^\gamma}$$

つまり、E→F は pV^γ が減少する断熱過程である。

以上から、次のような P-V グラフが描けるだろう。

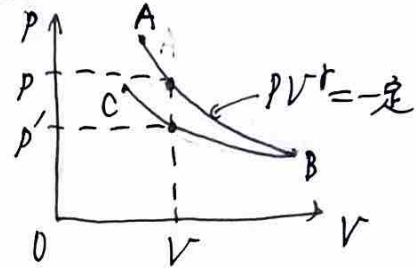


これらのどちらかを描いて、それについて説明すればよいだろう。

ここでは⑦について書く。

A→B は $pV^\gamma = \text{一定}$ の断熱変化、B→C は pV^γ が減少する断熱変化、C→A は定積変化である。

* ③～④, ②～④で pV^γ が減少する過程を考察し、これをちゃんとシリアルに説明できるようにする。



上図より、B→C の任意の状態において、

$$p V^\gamma > \frac{p' V'^\gamma}{(p' V'^\gamma)_B} \quad \text{B} \rightarrow \text{C の任意の状態}$$

つまり、B→C の過程は、 pV^γ が減少していくと言える。

問 4 までは解きにくい。(が問 4 は難しい?)

問 5 は面白い問。解けた人が 10% くらいに達する。

(考察できた人) 問 5 は読解力・想像力・熱力学の精確な理解と見る問であった。できた人は自分と褒めよう。

2.

問1.

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

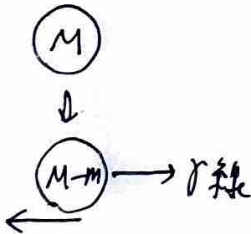
$$\therefore \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$= \frac{h}{\frac{hc}{E}}$$

$$= \frac{E}{c}$$

問2.



光子と粒子を放出した後の放射性粒子の運動量は、運動量保存則より p である。

よって、その運動エネルギーは $\frac{p^2}{2(M-m)}$ 。

エネルギー保存則より、

$$Mc^2 = \frac{p^2}{2(M-m)} + (M-m)c^2 + cp$$

... (*)

問3.

①より、

$$0 = \frac{p^2}{2(M-m)} - mc^2 + cp \quad \dots (*)'$$

M は無限大と近似できるので、

$$\frac{p^2}{2(M-m)} \rightarrow 0$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{よって、} E &= cp \\ &= mc^2 \end{aligned}$$

よって、

or

(*)' を p について解くと、

$$p = \frac{-c + \sqrt{c^2 + 4kmc^2}}{2k}$$

$$(p > 0, k \equiv \frac{1}{2(M-m)})$$

$$\therefore p = \frac{c}{2k} (-1 + \sqrt{1 + 4km})$$

よって、

$$\sqrt{1 + 4km} = \sqrt{1 + \frac{4m}{2(M-m)}}$$

$$\approx \sqrt{1 + \frac{2m}{M}} \quad (\because M \gg m)$$

$$\approx 1 + \frac{m}{M} \quad (\because 1 \gg \frac{2m}{M})$$

よって、

$$p \approx \frac{c}{2k} \left(-1 + 1 + \frac{m}{M} \right)$$

$$\approx Mc \frac{m}{M} (\because M \gg m)$$

$$= mc$$

$$\text{よって、} E = cp \\ = mc^2$$

となる。

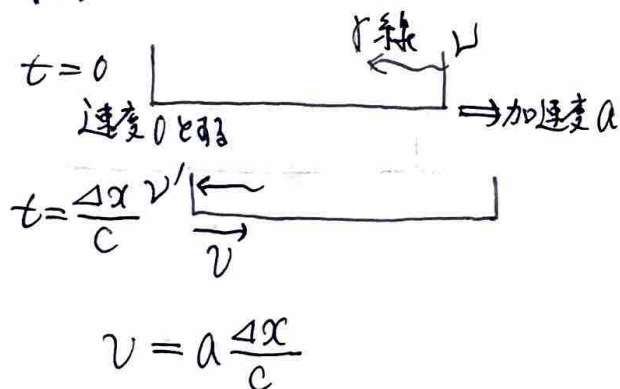
$$\text{よって、位置エネルギー} = h\nu' \\ = \left(1 + \frac{a\Delta x}{c^2} \right) h\nu$$

光子のエネルギー E は $h\nu$ であり、これは mc^2 に等しい ($\because$ 問3)。つまり、

$$E = h\nu = mc^2$$

$$\text{よって、} \\ h\nu' = \left(1 + \frac{a\Delta x}{c^2} \right) mc^2 \\ = mc^2 + ma\Delta x$$

問4.



光子の運動数を ν 、検出器で検出される数を ν' とする。また、結晶から光子が出た直後の結晶 + 台車の速度を 0 と考える ($\frac{p}{M + \text{台車の質量}} \approx 0$)。

ドップラー効果の式より、

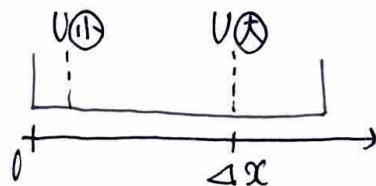
$$\nu' = \frac{c + a\frac{\Delta x}{c}}{c} \nu \\ = \left(1 + \frac{a\Delta x}{c^2} \right) \nu$$

問5. (大変興味深い問い)

題意より、 $ma\Delta x$ は、台車上の観測者 (以下、この人を「S」と呼ぶ) から見た位置エネルギーと解釈される。これを U とすると、

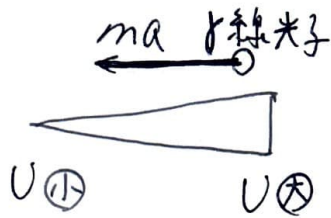
$$U = ma\Delta x$$

Δx は台車上の位置 (右向き正) であることも考慮すると、図2の右側の方が U は大きい。



保存力の向きは位置エネルギーが増える向きであることと考えると、力の向きは $-x$ 向きである。

また、保存力の大きさ $= \left| \frac{\Delta V}{\Delta x} \right|$ と考慮するな、
力の大きさは ma である。



にもかかわらず慣性力が働いているのは、
エネルギーと質量の等価性によるものと
考えられる。

問6. (これも大変興味深い問い。
「何と物語るか」震えるほど素晴らしい表現。
問題文の説明も素晴らしい。学びしかない)

- S' が観測するエネルギーと、 S' から見た光子の変位とによって求められる力。
- 光子は質量がないにもかかわらず、それに動いている力。つまり、質量の有無は関係ないということ。
- 光子の運動や受けている力とは別に、 S' の運動状態が関係する力。



加速運動している検出器が検出しているエネルギーから求めらる力である。その大きさは ma であることから、検出器の加速が関係している。光子には質量がない

問5まで解きたいところだが、半分以上の人は問2で止まったのではないかと予想。近似計算を真実にやっていると人は問3は解けなかっただろう。
問4,5は問題文をよく読んで立式するしかない。
問4ができた人はお見事ではないだろうか。
問6は素晴らしい。真に教育的な問いだっただろう。蒙る啓く問いである。昨年度も書いたことだが、今年度も他大学とは一線と画す素晴らしい内容であった。解いていて虚しくない(数少ない)2題であった。

(1次合格者は65%以上は書いているのではないかと予想。75%以上正答した人は素晴らしい!)