

医学部専門予備校 クエスト 解答速報

日本大学 (医) 後期一次 数学 試験日3月4日 (火)



I. (1) 余弦定理より $\cos \angle ACB = \frac{BC^2 + CA^2 - AB^2}{2BC \cdot CA}$

与式より $BC^2 + CA^2 - AB^2 = -\sqrt{2}BC \cdot CA$ 従って $\cos \angle ACB = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

よって $\angle ACB = \underline{135^\circ} \dots (\frac{1}{2})$

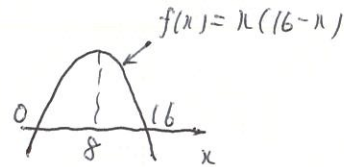
(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \times 3 = 3 \dots (\frac{1}{2})$

$0 \leq \left| \frac{\sin 3x}{x} \right| \leq \frac{1}{x}$ より $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ 従って $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{x} = 0 \dots (\frac{1}{2})$

(3) $x + y = 16, xy \geq 48$ より y を消去して $x(16-x) \geq 48$

$f(4) = f(12) = 48, f(5) = f(11) = 39$ 従って

$x = 4, 5, \dots, 12$ の 9 組 $\dots (\frac{1}{2})$



(4) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 6 = 0$ より $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$

ABが最大となるのは $y = 2x + k$ が円 $(2, -3)$ と通過するとき従って $k = \underline{-7} \dots (\frac{1}{2})$

で最大値は円の直径従って $2\sqrt{7}$ $\dots (\frac{1}{2})$

(5) $x > 0$ であり、与式は $\log_3 7x = 3 \log_3 7 = \log_3 7^3$

$7x = 7^3$ より $x = \underline{49} \dots (\frac{1}{2})$

II. (1) β は α を原点のまわりに 60° 回転したものである。

$\beta = \alpha (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = (3\sqrt{3} - i) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \underline{2\sqrt{3} + 4i} \dots (\frac{1}{2})$

(2) $\theta - \alpha = (\beta - \alpha) (\cos \theta + i \sin \theta)$ より

$\cos \theta + i \sin \theta = \frac{\theta - \alpha}{\beta - \alpha} = \frac{-2i - (3\sqrt{3} - i)}{(2\sqrt{3} + 4i) - (3\sqrt{3} - i)} = \frac{-3\sqrt{3} - i}{-\sqrt{3} + 5i} = \underline{\frac{1}{7} + \frac{4}{7}\sqrt{3}i} \dots (\frac{1}{2})$

Ⅲ 積 XY が 3 の倍数である事象 εA , 和 $X+Y$ が 3 の倍数である事象 εB とし, 1~8 の番号を 3 つに分け, $S = \{3, 6\}$, $T = \{1, 4, 7\}$, $U = \{2, 5, 8\}$ (3 で割る余りで分類) とする.

(1) 事象 A は 2 回中少なくとも 1 回 3 か 6 を引くことから,

余事象を考えると, 2 回とも 3 の倍数でないものを εB すると

$$P(A) = 1 - \left(\frac{6}{8}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

事象 B は重複を許して S から 2 回引くか, T と U から 1 回ずつ引くことから,

$$P(B) = \frac{2^2 + 3 \cdot 3}{8^2} = \frac{13}{64}$$

事象 $A \cap B$ は 2 回とも 3 か 6 を引くことから

$$P(A \cap B) = \frac{2^2}{8^2} = \frac{1}{16}$$

求める確率は $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{16} \times \frac{16}{7} = \frac{1}{7} \dots (\frac{1}{7})$

$$(2) P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{16} \times \frac{64}{13} = \frac{4}{13} \dots (\frac{4}{13})$$

Ⅳ (1) $\vec{n} = (x, y, 1)$ とおくと $\vec{n} \perp \vec{OA}$, $\vec{n} \perp \vec{OB}$ より

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x + 3y + 3 = 0 \end{cases} \quad \therefore x = 6, y = -5$$

$$\vec{n} = \underline{(6, -5, 1)} \dots (\frac{1}{6})$$

(2) 平面 α の方程式は $6x - 5y + z = 0 \dots \textcircled{1}$

($\vec{CH} \parallel \vec{n}$ より) $\vec{CH} = k\vec{n} = \begin{pmatrix} 6k \\ -5k \\ k \end{pmatrix}$ (k は実数) とおけるから,

$$\vec{OH} = \vec{OC} + \vec{CH} = \begin{pmatrix} 10 + 6k \\ -5k \\ 2 + k \end{pmatrix}$$

H は $\textcircled{1}$ 上の点 H より

$$6(10 + 6k) - 5(-5k) + (2 + k) = 0$$

$$62k + 62 = 0 \quad \therefore k = -1 \quad \therefore H = \underline{(4, 5, 1)} \dots (\frac{1}{4})$$

$$(3) \vec{CD} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ だから 直線 } l \text{ のベクトル方程式は}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

①に代入して

$$6(10-2s) - 5 \cdot 4s + (2+s) = 0$$

$$-3/5 + 62 = 0 \quad \therefore s = 2$$

$$\therefore l \text{ の } P(6, 8, 4) \dots (\frac{1}{6})$$

$$\vec{OP} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB} \quad (\alpha, \beta \text{ は実数}) \text{ とおくと}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \therefore \begin{cases} 6 = \alpha + 2\beta \\ 8 = \alpha + 3\beta \\ 4 = -\alpha + 3\beta \end{cases}$$

$$\therefore \alpha = -2, \beta = 2$$

$$\vec{OP} = 2\vec{OA} + 2\vec{OB} \quad \dots (\frac{1}{6})$$

$$V(1) \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad \therefore 0 \leq 3t \leq \frac{3}{2}\pi \quad \therefore -1 \leq \cos 3t \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

$$x=3 \text{ となる } t \text{ は } \cos 3t = -1 \quad \therefore t = \frac{\pi}{3} \text{ のときだから}$$

$$x \text{ 座標が最大になる点 } P(3, \frac{\sqrt{3}}{2}) \dots (\frac{1}{6})$$

$$0 \leq 2t \leq \pi \quad \therefore y \text{ 座標が最大になる } t \text{ は } 2t = \frac{\pi}{2} \quad \therefore t = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore y \text{ 座標が最大になる点 } P(1+\sqrt{2}, 1) \dots (\frac{1}{6})$$

$$(2) \quad P(1, \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ あり} \quad \frac{dx}{dt} = 6\sin 3t, \frac{dy}{dt} = 2\cos 2t \text{ なら}$$

$$t = \frac{\pi}{6} \text{ のとき } t \text{ 座標の傾きは } \frac{dy}{dx} = \frac{2\cos 2t}{6\sin 3t} = \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{3\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{6}$$

であり、この接線の方程式は

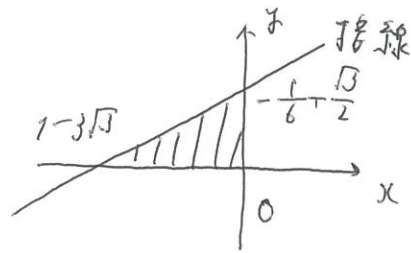
$$y - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{6}(x-1) \quad \therefore y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$y = 0$, $x = 0$ と $1 - 3\sqrt{3}$ 軸, y 軸 との交点はそれぞれ

$$(1 - 3\sqrt{3}, 0), (0, -\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2})$$

となるから, 求める面積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (3\sqrt{3} - 1) \left(-\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} (3\sqrt{3} - 1)^2 = \frac{1}{12} (28 - 6\sqrt{3}) = \underline{\underline{\frac{7}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}} \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$



(3) $y = 0$ とすると, $\sin 2t = 0$ ($0 \leq 2t \leq \pi$) である
 $2t = 0, \pi \quad \therefore t = 0, \frac{\pi}{2}$

$t = 0$ のとき $(x, y) = (-1, 0)$

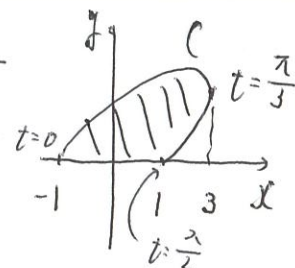
$t = \frac{\pi}{2}$ のとき $(x, y) = (1, 0)$

$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ において $y \geq 0$ であり, $\frac{dx}{dt} = 6\sin 3t$ より

x の増減は右のようになる.

よって求める面積 S は

t	0	$\dots$	$\frac{\pi}{3}$	$\dots$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{dx}{dt}$		+	0	-	
x	-1	↗	3	↘	1



$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^3 y dx - \int_1^3 y dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 2t (6\sin 3t) dt - \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t (6\sin 3t) dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 6\sin 2t \sin 3t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3(\cos t - \cos 5t) dt \\ &= \left[3\left(\sin t - \frac{1}{5}\sin 5t\right) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 3\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \underline{\underline{\frac{12}{5}}} \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

VI (1) $a_{n+1} = 5a_n - 12n + 31 \quad \dots \textcircled{1}$ に $n = 1$ と代入して

$$a_2 = 5a_1 - 12 + 31$$

$$a_2 = 34 \text{ より } 15 = 5a_1 \quad \therefore a_1 = \underline{\underline{3}} \quad \dots (\text{答})$$

(2) ①が $a_{n+1} + \alpha(n+1) + \beta = 5(a_n + \alpha n + \beta)$

$$\text{よって } a_{n+1} = 5a_n + 4\alpha n - \alpha + 4\beta$$

と一致するから

$$4\alpha = -12, -\alpha + 4\beta = 3 \quad \therefore \alpha = \underline{-3}, \beta = \underline{7} \dots (\text{答})$$

このとき ① は

$$a_{n+1} - 3(n+1) + 7 = 5(a_n - 3n + 7)$$

と変形できるから $\{a_n - 3n + 7\}$ は初項 $a_1 - 3 + 7 = 7$,

公比 5 の等比数列で

$$a_n - 3n + 7 = 7 \cdot 5^{n-1}$$

$$a_n + (-7 \cdot 5^{n-1}) = 3n - 7$$

$\{3n - 7\}$ は等比数列だから $b_n = -7 \cdot 5^{n-1}$

$\{b_n\}$ の初項は $\underline{-7}$, 公比は $\underline{5}$ である。-- (答)

<講評>

I (1) 余弦定理 (2) 関数の極限 (3) 整数問題 (4) 円と直線
(5) 対数方程式 (易)

(3) 1文字消えて数え上げ (4) 直線が中心を通るとき

(5) 底と3にする。

II 複素数の回転 (易)

回転の基本問題

III 条件付き確率 (やや易)

数え上げればよい。

IV 空間にある平面と直線 (標準)

(2) 平面の方程式と利用して、 $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{OA}$ から $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{OB}$ と計算してもよい。

(3) 直線のベクトル方程式を使う。

V 媒介変数で表された曲線と面積 (標準)

(3) ああそうか、根拠を考えると面積の式を立てる。

VI 漸化式 (標準)

(1) 誘導に従えばよい。 (2) a_n と求めればよい。

全体的に易～標準で V や IV で時間ととられず、計算ミスに注意して、80～90% と目指せばよい。