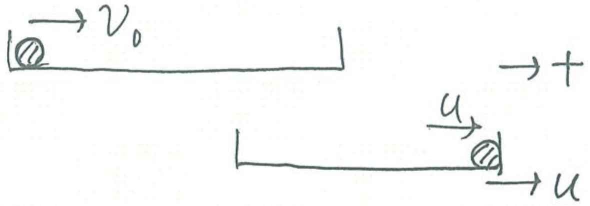
医学部専門予備校　クエスト　解答速報

日本医科大学（前期）　物理　　試験日2月2日（月）

〔I〕

(1)



運動量保存則（以下、運保．と略記）より、

$$mv_0=(m+2m)u$$

エネルギー保存則（以下、エネ保．と略記）より、

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\mu mgL=\frac{1}{2}(m+2m)u^2$$

2式からuを消して、

$$v_0=\sqrt{3\mu gL}$$

ア

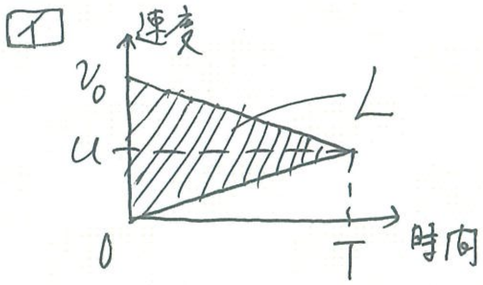
or　相対運動エネルギー変化 ΔK_r を考える．（本問では重心運動エネルギーは不変．）

$$\frac{1}{2}\mu'(v_0-0)^2-\mu mgL=0$$

$$\left(\mu'\equiv\frac{m\cdot 2m}{m+2m}=\frac{2}{3}m\right)$$

$$\therefore\ v_0=\sqrt{3\mu gL}$$

イ

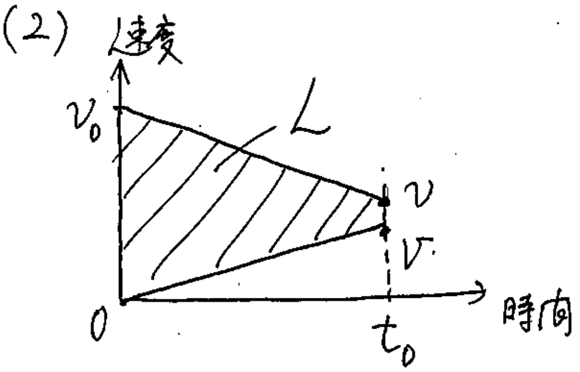


$$L=\frac{1}{2}v_0T$$

$$\therefore T=\frac{2L}{v_0}$$

$$=2\sqrt{\frac{L}{3\mu g}}$$

(2)



$$\begin{cases} v = v_0 + \alpha t_0 \\ V = \beta t_0 \end{cases}$$

かつ

運.保：$\underbrace{mv + 2mV}_{mv_0} = mv' + 2mV'$ …①

反発係数の式：$1 = -\dfrac{v' - V'}{v - V}$

これらを用いても解けるけれどなかなかに大変そう。

(イ) エネ保.を考える。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \mu m g L = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}\cdot 2mV'^2$$ …②

(e=1の衝突ゆえ②のように立式できた)

$$v' = \frac{v_0 \pm 2\sqrt{v_0^2 - 3\mu g L}}{3}$$

$$V' = \frac{v_0 \mp \sqrt{v_0^2 - 3\mu g L}}{3}$$

(複号同順)

1回目の衝突直後は $v' < V'$ と考えられるので、

$$\begin{cases} v' = \dfrac{v_0 - 2\sqrt{v_0^2 - 3\mu g L}}{3} \\ V' = \dfrac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 3\mu g L}}{3} \end{cases}$$

が適当。

(ロ) $\Delta K_r = -\mu m g L$ を考える。

$(K_r^{まえ} - \mu m g L = K_r^{あと})$

$$\frac{1}{2}\mu' v_0^2 - \mu m g L = \frac{1}{2}\mu'(v' - V')^2$$

$v' < V'$ であることを考慮して、

$$v' - V' = -\sqrt{\frac{\mu' v_0^2 - 2\mu m g L}{\mu'}}$$

$$= -\sqrt{v_0^2 - 2\mu m g L \cdot \frac{3}{2m}}$$

①⇔ $v_0 = v' + 2V'$

この2式から v' と V' を求めてもよい。

or 重心Gから見た速度（相対速度）を用いて考えるのもよい。

$$\begin{cases} v' - v_G = -e(v - v_G) \\ V' - v_G = -e(V - v_G) \end{cases}$$

v, Vを求めるのがメンドウ？

(3) $\boxed{ア}$と同様に考える

$$\begin{cases} \text{運保}: \ mv_0 = 3mu \\ \text{エネ保}: \ \frac{1}{2}mv_0^2 - 2\mu mgL = \frac{1}{2}\cdot 3mu^2 \end{cases}$$

$$\therefore \ v_0 = \sqrt{6\mu gL}$$

$\boxed{オ}$

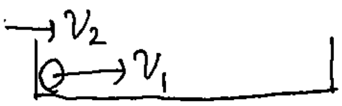
$\boxed{カ}\boxed{キ}$

(2)と同様に考える。

$$\begin{cases} \text{運保}: \ mv_0 = mv_1 + 2mv_2 \ \cdots ③ \\ \text{エネ保}: \ \frac{1}{2}mv_0^2 - 2\mu mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2 \ \cdots ④ \end{cases}$$

or

$$\frac{1}{2}\mu' v_0^2 - 2\mu mgL = \frac{1}{2}\mu'(v_1 - v_2)^2 \ \cdots ⑤$$



☆ 直後　$v_2 < v_1$

③と④の連立　or　③と⑤の連立

らくそう

③⇔ $v_0 = v_1 + 2v_2$

⑤より、

$$v_1 - v_2 = \sqrt{v_0^2 - \frac{4\mu mgL}{\mu'}}$$

$$= \sqrt{v_0^2 - 6\mu gL}$$

この2式から

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{v_0 + 2\sqrt{v_0^2 - 6\mu gL}}{3} \\ v_2 = \dfrac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 6\mu gL}}{3} \end{cases}$$

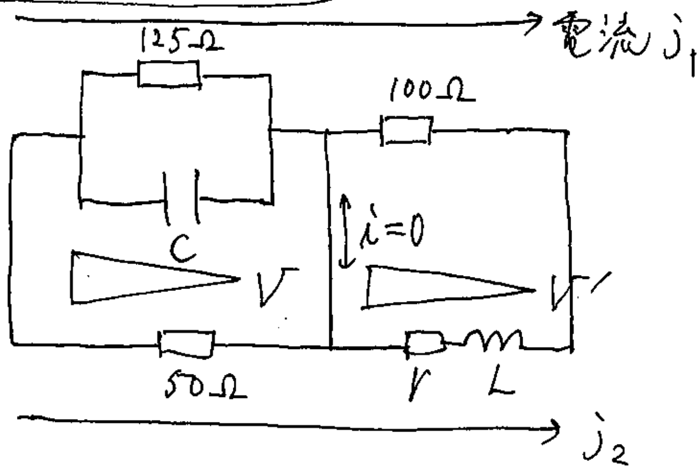
［II］の難しさを考えると、［I］は$\boxed{オ}$までは解きたい。（(2)ができれば$\boxed{カ}\boxed{キ}$も解けそうではあるが、時間的に厳しそう。）

〔Ⅱ〕

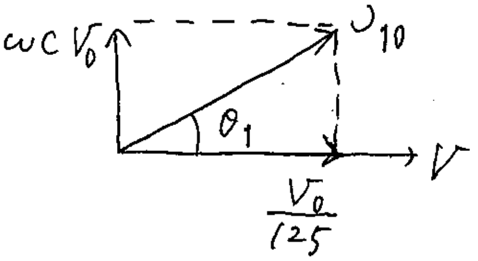
- ベクトル図をかく
- VかIを三角関数で表す

以下ではこの2つで解く。

ベクトル図をかく

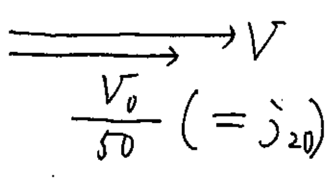


左上



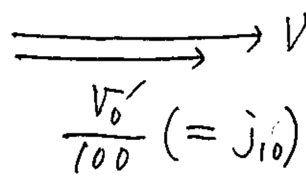
(V_0 … Vの最大値, j_{10} … j_1 〃)

左下

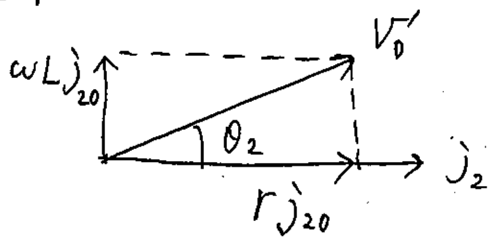


(j_{20} … j_2 〃)

右上

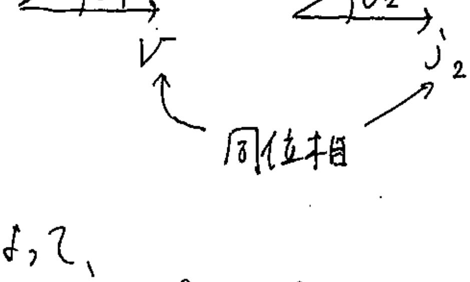


右下



$$
\begin{cases}
j_{10}=\sqrt{(\omega C)^2+\left(\dfrac{1}{125}\right)^2}\,V_0=\dfrac{V_0'}{100} & \cdots ① \\
V_0'=\sqrt{(\omega L)^2+r^2}\,j_{20} & \cdots ②
\end{cases}
$$

また、50Ωの電流と電圧を考えると、Vとj_2は同位相であることが分かる。100Ωのそれらを考えると、V'とj_1も同位相だと分かる。



よって、

$$\theta_1=\theta_2$$

$$\therefore \tan\theta_1=\tan\theta_2$$

$$\therefore \frac{\omega C V_0}{\frac{V_0}{125}}=\frac{\omega L I_2}{r I_2}$$

$$\therefore \quad L = 125Cr \cdots ③$$

$i_{20} = \dfrac{V_0}{50}$ を②に代入し、

$$V_0' = \sqrt{(\omega L)^2 + r^2} \cdot \frac{V_0}{50} \cdots ②'$$

①×②':

$$\sqrt{(\omega C)^2 + \left(\frac{1}{125}\right)^2} = \frac{1}{100}\sqrt{(\omega L)^2 + r^2} \cdot \frac{1}{50}$$

$$\therefore (5000)^2\left((\omega C)^2 + \left(\frac{1}{125}\right)^2\right) = (\omega L)^2 + r^2 \cdots ④$$

ここで、③より、

$$L = 125Cr$$
$$= 1.5 \times 10^{-2} r$$

$$\therefore \omega L = 50 \times 1.5 \times 10^{-2} r$$
$$= 75 \times 10^{-2} r$$

④の右辺 $= r^2 + (75 \times 10^{-2} r)^2$

$$= 1.56 r^2$$

④の左辺

$$= (5000 \times 50 \times 120 \times 10^{-6})^2 + \left(\frac{5000}{125}\right)^2$$

$$= 30^2 + 40^2$$

よって、

$$1.56 r^2 = 30^2 + 40^2$$

$$\therefore 1.56 r^2 = 50^2$$

$$r = \frac{50}{\underbrace{\sqrt{1.56}}_{1.24}}$$

$$\approx 40\,\Omega$$

$\boxed{ア}$

$$\omega L = 75 \times 10^{-2} r$$

$$\therefore L = \frac{75 \times 10^{-2} \times 40}{50}$$

$$\approx 0.60\,\mathrm{H}$$

$\boxed{イ}$

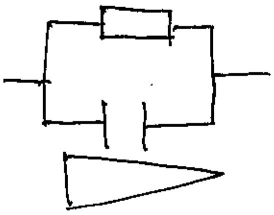
$\boxed{ウ}$ $Z_{NB} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$

$$= \sqrt{40^2 + (75 \times 10^{-2} \times 40)^2}$$

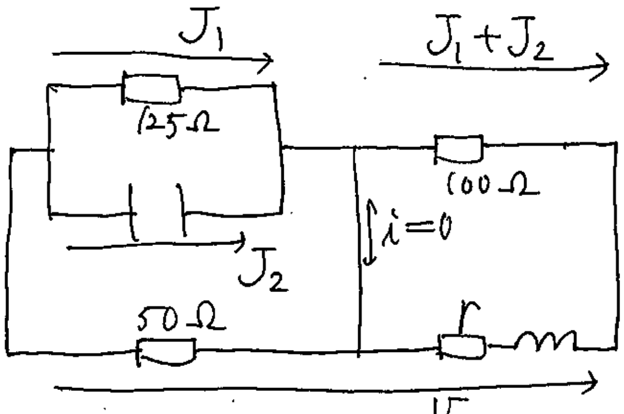
$$= 40\sqrt{1.56}$$

$$\approx 50\,\Omega$$

VかIを三角関数で表す



$V = V_0 \sin\omega t$ とおく

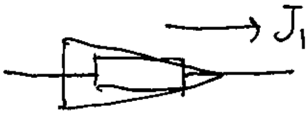


$I = \dfrac{V_0}{50}\sin\omega t$

$$\begin{cases} J_1 = \dfrac{V_0}{125}\sin\omega t \\ J_2 = \dfrac{V_0}{\frac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \quad = \omega C V_0 \cos\omega t \end{cases}$$

$$\therefore J_1 + J_2 = V_0\left(\frac{1}{125}\sin\omega t + \omega C\cos\omega t\right)$$

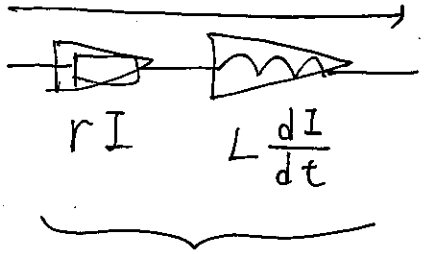
右上



$100(J_1 + J_2) \cdots ⑤$

右下

$I = \dfrac{V_0}{50}\sin\omega t$



$$rI + L\frac{dI}{dt} \cdots ⑥$$

⑤ = ⑥ ゆえ、

$$100(J_1 + J_2) = rI + r\frac{dI}{dt}$$

$$\Leftrightarrow 100V_0\left(\frac{1}{125}\sin\omega t + \omega C\cos\omega t\right)$$

$$= r\frac{V_0}{50}\sin\omega t + \omega L\frac{V_0}{50}\cos\omega t$$

$$\Leftrightarrow 100\sqrt{\left(\frac{1}{125}\right)^2 + (\omega C)^2}\,\sin(\omega t + \alpha_1)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{r}{50}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{50}\right)^2}\,\sin(\omega t + \alpha_2)$$

両辺をくらべて、

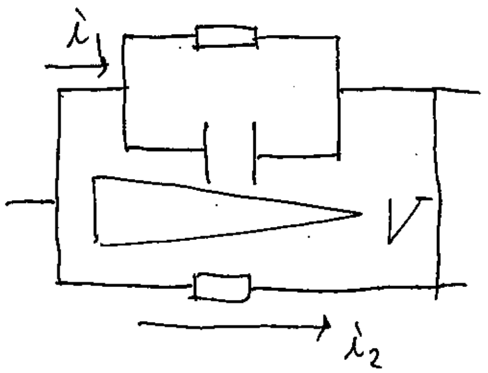
$$\begin{cases} 100\sqrt{\left(\frac{1}{125}\right)^2 + (\omega C)^2} = \dfrac{1}{50}\sqrt{r^2 + (\omega L)^2} \\ \tan\alpha_1 = \tan\alpha_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega C}{\frac{1}{125}} = \frac{\frac{\omega L}{50}}{\frac{r}{50}}$$

$\Downarrow$

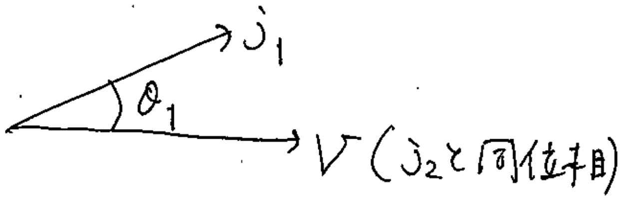
あとの計算はp5と同じ

$\boxed{\text{エ}}$



$$\begin{cases} i_1 = I_1 \sin\omega t \\ i_2 = I_2 \sin(\omega t + \delta) \end{cases}$$

p.4 で j_1, j_2 として図をかいているのでそれを利用する($i_1 = j_1$, $i_2 = j_2$).



Vとj_2は同位相.
つまり, j_1とj_2の位相差の大きさはθ_1である.
j_1の方がj_2よりも位相が遅れていることを考慮して,

$$\delta < 0 \quad \text{かつ} \quad |\delta| = \theta_1$$

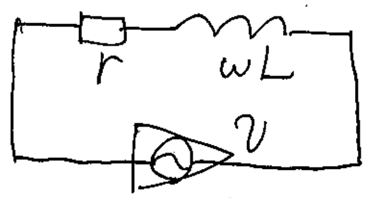
$$\therefore \tan\delta = \tan(-\theta_1)$$

$$= -\frac{\omega C V_0}{\frac{V_0}{125}}$$

$$= -\omega C \times 125$$

$$= \underline{-0.75}$$

$\boxed{\text{オ}}$



$\omega = 50$ rad/s
$v_e = 5$ V

$v = v_0 \sin\omega t$ とする.

$$p = \frac{v^2}{r}$$

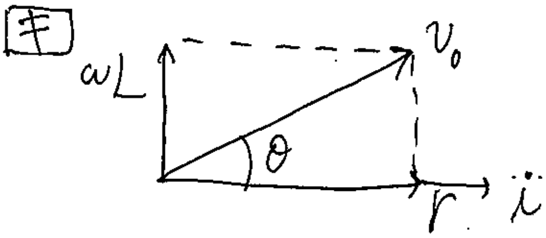
$$= \frac{(v_0 \sin\omega t)^2}{r}$$

$$= \frac{v_0^2}{2r}(1 - \cos 2\omega t)$$

pの角周波数 $= 2\omega$
$= \underline{100 \text{ rad/s}}$

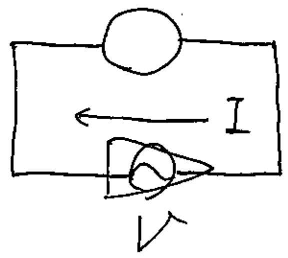
カ
$$\overline{P} = rI_e^2$$
$$= r\left(\frac{V_e}{Z_{NB}}\right)^2$$
$$= 40\left(\frac{5}{50}\right)^2 \quad (\because \text{ウ})$$
$$= 0.40\,\mathrm{W}$$

キ



$$\text{力率} \equiv \cos\theta$$
$$= \frac{r}{Z_e}$$
$$= \frac{40}{50}$$
$$= 0.80$$

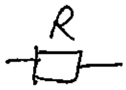
・力率



$$\begin{cases} I = I_0 \sin\omega t \\ V = V_0 \sin(\omega t + \delta) \end{cases}$$

$$P = VI$$
$$= V_0 I_0 \frac{1}{2}\left(\cos\delta - \cos(2\omega t + \delta)\right)$$

$$\therefore \overline{P} = \frac{1}{2} V_0 I_0 \underbrace{\cos\delta}_{\text{力率という}}$$

 が  の場合，$\delta = 0$.

$$\therefore \overline{P} = \frac{1}{2} V_0 I_0$$
$$= V_e I_e$$

昨年度とうってかわって大変解きにくい大問．アイが求まらなければ，以下の問題がほぼ解けない．オしかできなかった受験生が大半だっただろうと思われる．

〔Ⅲ〕

(1) 運動量保存則より、

$$mv = \underbrace{\frac{E}{c}\cos\theta \times 2}_{\boxed{ア}}$$

エネルギー保存則より、

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2 + mc^2 \times 2 = E \times 2}_{\boxed{イ}}$$

上の2式から $2E$ を消して、

$$\frac{mv}{\frac{1}{2}mv^2 + 2mc^2} = \frac{\cos\theta}{c}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{mvc}{\frac{1}{2}mv^2 + 2mc^2}$$

$$= \frac{m\frac{v}{c}}{\frac{1}{2}m\left(\frac{v}{c}\right)^2 + 2m}$$

$\frac{v}{c}$ は十分小さいことを考慮して、

$$\cos\theta \approx \underbrace{\frac{\beta}{2}}_{\boxed{ウ}}$$

(2) 運動量保存則より、

$$mv = \frac{h}{\lambda}\cos\theta + mV\cos\phi$$

$$= \underbrace{\frac{h\nu}{c}\cos\theta + mV\cos\phi}_{\boxed{エ}} \quad \cdots ①$$

エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 + E_A = \frac{1}{2}mV^2 + E_B + h\nu \quad \cdots ②$$

(mc^2 は両辺に現れるのでキャンセルされる)

また、

$$0 = \frac{h\nu}{c}\sin\theta - mV\sin\phi \quad \cdots ③$$

も成立する.

① より、

$$(mV\cos\phi)^2 = \left(mv - \frac{h\nu}{c}\cos\theta\right)^2$$

③ より、

$$(mV\sin\phi)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\sin\theta\right)^2$$

上の2式を辺々足して、

$$(mV)^2 = (mv)^2 - \frac{2mvh\nu\cos\theta}{c} + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \quad \cdots ④$$

ここで ② より、

$$\frac{(mV)^2}{2m} - \frac{(mv)^2}{2m} = E_A - E_B - h\nu \quad \cdots ②'$$

④と②'から $(mV)^2-(mv)^2$ を消して、

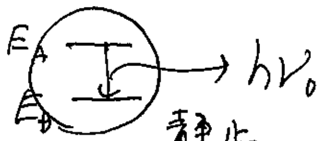
$$2m(E_A-E_B-h\nu) = -\frac{2mvh\nu\cos\theta}{c}+\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2$$

$$\therefore E_A-E_B-h\nu \approx -\frac{vh\nu\cos\theta}{c} \quad \left(\because mc^2 \gg (h\nu)^2\right)$$

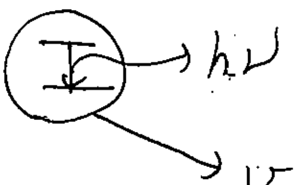
$$\therefore \cos\theta = \left(1-\frac{E_A-E_B}{h\nu}\right)\frac{1}{\beta} = \frac{1-\alpha}{\beta}$$

$\boxed{カ}$

・$\cos\theta = \dfrac{1-\alpha}{\beta}$ は確からしいか？



$$E_A - E_B = h\nu_0$$



これはドップラー効果と考えられるので

$$\nu > \nu_0$$

$$\therefore h\nu > h\nu_0 = E_A - E_B$$

$$\therefore 1-\frac{E_A-E_B}{h\nu} > 0$$

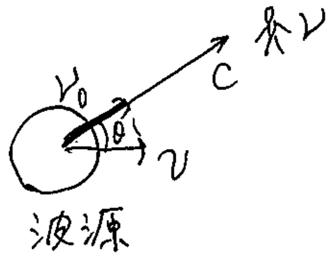
これより、

$$\cos\theta > 0$$

$$\therefore 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

これは妥当な結果だろう。

(or)



$$\nu = \frac{c}{c-v\cos\theta}\nu_0$$

$$\Leftrightarrow h\nu = \frac{c}{c-v\cos\theta}h\nu_0 = \frac{1}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}\underbrace{(E_A-E_B)}_{\alpha}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1-\alpha}{\beta}$$

⇒ この答えでよさそう。

3問中最も解きやすい大問。ここを完答しなければ物理では負けてしまうだろう。